

FELADATOK:

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ függvény deriváltját az $x = -2$ helyen. 10pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: 10pt

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - \pi} - \sqrt{n^2 - 2n} \right), \quad (ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{2n-1} \right)^{n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln^2 x$ függvényt. 20pt

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 25pt

$$(i) \int_0^1 \frac{ds}{s^2 - 2s + 2}, \quad (ii) \int_{-1}^0 \frac{1}{t^2 - 2t} dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A 3 korlátja az $\{a_n\}$ sorozatnak. 5pt

(ii) $f(x)$ konvex $[-1, 2]$ -n. 5pt

(iii) A korlátos E számhalmaz infimuma. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$. 5pt

(v) Darboux-féle felső integrálközelítő összeg (részletesen). 5pt

FELADATOK:

1. Definíció alapján és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 5}{n^2 + n + 3} = 2$. 10pt
 2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ függvénynek az $a = 0$ pont körüli harmadrendű Taylor-féle polinomját, továbbá becsüljük meg $\sqrt[3]{2}$ értékét. 10pt
 3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-1/x^2}$ függvényt. 20pt
- (i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 25pt

$$(i) \int_0^1 v^2(3 + 5v^3)^{12} dv, \quad (ii) \int_{-2}^{-1} \frac{du}{u^3 + u^2}.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

- (i) Az $\{a_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökken. 5pt
- (ii) Az $f(x)$ függvény lineárisan approximálható az 1 pontban. 5pt
- (iii) A $\{b_n\}$ sorozat részsorozata az $\{a_n\}$ sorozatnak. 5pt
- (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$. 5pt
- (v) A Lagrange-féle maradéktag. 5pt