2015.06.09. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Oldjuk meg $(xy - x^2)dy - y^2dx = 0,\ y(1) = e.$ *22pt*
2. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 3y = x + 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2.$ *22pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_1^2 \frac{\sqrt{3-x}}{x^2}\, dx$ értékét. *23pt*
4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{x+y}{y+4}\, dxy$ értékét, ahol H az $y = 0$, $y = 4x - x^2$ görbék által határolt zárt síkrész . *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a), \quad \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C, \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x)e^{-px}dx, \quad L[e^{ax}f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$

$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^\infty x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^\infty \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$

$$\int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^\infty a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^\infty (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad a_0 := \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$

$$a_n := \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx dx$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$

$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t))z'(t)dt$$

$$c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}}\ dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma f(z)\ dz, \quad f(z) = \sum_{n=-\infty}^\infty c_n(z-z_0)^n.$$

$$Res(f,a) = \frac{h(a)}{g'(a)}, \quad Res(f,a) = \frac{1}{(n-1)!}\lim_{z\to a}[(z-a)^n f(z)]^{(n-1)}.$$

$$c_k := \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^\infty c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^\infty f(x)e^{-i\omega x}\ dx$$