2015.01.05. Matematika I. NÉV:..................................

A csoport EHA:..................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = x^2(x-5)^3$ szélsőértékeit a $[-1, 3]$ halmazon. *7pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n - 3\cdot n^5}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)^{2n-3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *33pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{\sin\sqrt{2t}}{\sqrt{t}}\, dt\ , \qquad \text{(ii)} \int_1^\infty \frac{dz}{z^2+3z+2}\ , \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{2t-1}{t-t^2+2}\, dt\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat alulról korlátos. *5pt*

(ii) Az E számhalmaznak a -1 supremuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek konkáv a $[1, 5]$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.01.05. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$ függvénynek az $x = -3$ pontba húzott érintőegyenesének az egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{2^n+n^5}{n^3-5^n}\ , \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 1} \frac{1-x^3}{x^2-1}\ .$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{x+1}{x^2-4x+4}\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2/2}\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 t\ln t\,dt\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{c_n\}$ sorozat konvergál az A számhoz. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvénynek helyi maximuma van 1–ben. *5pt*

(iii) A $g(x)$ függvény differenciálható a c pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{s\to 1^+} g(s) = 3$. *5pt*

(v) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[-1,3]$–on. *5pt*

2015.01.05. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3 \cdot 5^n}{3^{3n+1}}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{2n^5 + 3n}}$. *20pt*

2. Oldjuk meg: $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x - 2x$. *30pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x, y) = \sqrt{2x + 3y}$ függvény iránymenti deriváltját a $P(1, 2)$ pontban, az $U(4, -3)$ irányban. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)/2}$ függvény szélsőértékeit. *20pt*