2015.12.22. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3,\ a_n = \dfrac{3a_{n-1}+2}{a_{n-1}+2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[7]{2-x}$ függvénynek az $a = 1$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, majd ennek segítségével becsüljük meg $\sqrt[7]{2}$ értékét. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{1-x}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^\infty (\lambda + x)e^{-\lambda x}\,dx \quad (\lambda \geq 0), \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{2}{y^2+6y+9}\,dy, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t}{\sqrt{t^2+2}}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{x_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

(ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy-sorozat. *5pt*

(iii) A $h(x)$ függvény konvex az $[1,4]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrál. *5pt*

2015.12.22. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{3-2x}$ függvényt. *5pt*
2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+n}{3-2n^2} = -\dfrac{3}{2}$. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln x^2$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \cos t \sin^3 t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{y^3-1}{2-y} \; dy, \qquad \text{(iii)} \int_1^\infty \frac{3}{z^2+2z+2} \; dz.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) A B számhalmaznak a -2 infimuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek helyi minimuma van c–ben. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -2$. *5pt*

(v) Cauchy–féle maradéktag. *5pt*

2015.12.22. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $F(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n2^n\,(x-1/2)^{n-3}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(n+1)4^n}\,(x+1/2)^{2n-1}$ függvény értelmezési tartományát (= a két konvergenciatartomány metszete). *30pt*

2. Oldjuk meg: $xy' - y = 3x - 2y',\ y(1) = 2.$ *20pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{yx+2y}$ függvény $f'_x(2,1),\ f''_{xx}(0,1)$ parciális deriváltjait. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - 2x - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(2,6)$ és $(2,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *20pt*