2015.12.08. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = \ln(2-3x)$ függvényt. *7pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ függvény szélsőértékeit a $[-2, 2]$ halmazon. *8pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 - 3\sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \sin^2 3t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty 3e^{-s/2} \; ds, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 \frac{3}{x^2-4} \; dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{b_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) A $g(x)$ függvény differenciálható a -1 pontban. *5pt*

(iii) A korlátos E számhalmaz supremuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{t \to -3} s(t) = 5$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.12.08. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{-5}{n^2-n-2}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-3}{n^2-n+5}$. *20pt*

2. Oldjuk meg: $y'' - 2y' + 5y = e^{-2x}$. *20pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma (x+3y)\ dx + 2yx\ dy$ értéket, ahol γ az $O(-1,2)$ középpontú, $r=2$ sugarú negatív irányítású körvonal $A(-1,0)$ és $B(1,2)$ pontjait összekötő körív. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$ függvény szélsőértékeit a $(-1,-1)$, $(2,-1)$, $(-1,2)$, és $(2,2)$ pontok által kijelölt zárt négyszögön. *30pt*

2015.12.15. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 2,\quad a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 4}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*
2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+5}{3+2n} = \infty$. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 x\cos(1+2x)\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty ue^{1-u^2}\, du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t^3+1}{2-t}\, dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A (c_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) A $g(t)$ függvény monoton nő $[a,b]$–n. *5pt*

(iii) Az $f(x)$–nek az $x = 3$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{p\to -2} L(p) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény. *5pt*

2015.12.15. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-5)^{n-2}}{3^n\sqrt{n+2}}$ sort. *20pt*
2. Oldjuk meg: $(x^2-x)y'-1=y^2,\ y(1)=0$. *20pt*
3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y)=\sqrt{xy+3y}$ függvény $f'_x(1,1),\ f'_y(0,3)$ parciális deriváltjait. *20pt*
4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{x-2y}{2x+1}\,dxy$ értékét, ahol H a $(2,0)$, $(0,1)$ és $(0,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *30pt*

2015.12.22. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3,\ a_n = \dfrac{3a_{n-1} + 2}{a_{n-1} + 2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[7]{2 - x}$ függvénynek az $a = 1$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, majd ennek segítségével becsüljük meg $\sqrt[7]{2}$ értékét. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - x}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\infty} (\lambda + x)e^{-\lambda x}\, dx \quad (\lambda \geq 0), \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{2}{y^2 + 6y + 9}\, dy, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2}}\, dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{x_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

(ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy-sorozat. *5pt*

(iii) A $h(x)$ függvény konvex az $[1, 4]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrál. *5pt*

2015.12.22. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{3-2x}$ függvényt. *5pt*
2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+n}{3-2n^2} = -\dfrac{3}{2}$. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln x^2$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \cos t \sin^3 t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{y^3-1}{2-y} \; dy, \qquad \text{(iii)} \int_1^\infty \frac{3}{z^2+2z+2} \; dz.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) A B számhalmaznak a -2 infimuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek helyi minimuma van c–ben. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -2$. *5pt*

(v) Cauchy–féle maradéktag. *5pt*

2015.12.22. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Ábrázoljuk az $F(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n2^n\,(x-1/2)^{n-3}} \ + \ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(n+1)4^n}\,(x+1/2)^{2n-1}$ függvény értelmezési tartományát (= a két konvergenciatartomány metszete). *30pt*

2. Oldjuk meg: $xy' - y = 3x - 2y',\ y(1) = 2.$ *20pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{yx + 2y}$ függvény $f'_x(2,1)$, $f''_{xx}(0,1)$ parciális deriváltjait. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - 2x - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(2,6)$ és $(2,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *20pt*

2015.01.05. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = x^2(x-5)^3$ szélsőértékeit a $[-1,3]$ halmazon. *7pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n - 3\cdot n^5}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)^{2n-3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *33pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{\sin\sqrt{2t}}{\sqrt{t}}\,dt\ , \qquad \text{(ii)} \int_1^\infty \frac{dz}{z^2+3z+2}\ , \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{2t-1}{t-t^2+2}\,dt\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat alulról korlátos. *5pt*

(ii) Az E számhalmaznak a -1 supremuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek konkáv a $[1,5]$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.01.05. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$ függvénynek az $x = -3$ pontba húzott érintőegyenesének az egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{2^n+n^5}{n^3-5^n}\,, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 1} \frac{1-x^3}{x^2-1}\,.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{x+1}{x^2-4x+4}\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2/2}\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 t\ln t\,dt\,.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{c_n\}$ sorozat konvergál az A számhoz. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvénynek helyi maximuma van 1–ben. *5pt*

(iii) A $g(x)$ függvény differenciálható a c pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{s\to 1^+} g(s) = 3$. *5pt*

(v) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[-1, 3]$–on. *5pt*

2015.01.05. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3 \cdot 5^n}{3^{3n+1}}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{2n^5 + 3n}}$. *20pt*

2. Oldjuk meg: $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x - 2x$. *30pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{2x+3y}$ függvény iránymenti deriváltját a $P(1,2)$ pontban, az $U(4,-3)$ irányban. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = xye^{-(x^2+y^2)/2}$ függvény szélsőértékeit. *20pt*

2015.01.12. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim_{n\to\infty} \frac{n^3+1}{3+2n^2} = \infty$. *7pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3}-1}{1-\sqrt[n]{3}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \frac{x}{e^x(1-x)}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 \frac{u^3+2u}{u^2-1}\, du, \qquad \text{(ii)} \int_{-\infty}^{-2} \frac{v}{\sqrt[3]{3-v^2}}\, dv, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{1}{z^2+4}\, dz\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{y_n\}$ sorozat határértéke 1. *5pt*

(ii) Az $R(x)$ szigorúan monoton csökkenő a $[0,3]$–on. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek inflexiós pontja van az $x=-1$ helyen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{t\to 2^+} f(t) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $f(x)$ függvény integrálközepe a $[c,d]$–on. *5pt*

2015.01.12. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg a $b_n = \dfrac{2n-3}{3n-11}$ sorozat infimumat, supremumat. *7pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2+3}+2}{1-\sqrt[3]{n^4+3}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+2}{2n-3}\right)^{n+1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 (3p+1)\sin p \; dp, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^0 2t^2(t^3+1)^5 \; dt, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{2y+1-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \; dy \; .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = \infty$. *5pt*

(ii) A -1 alsó korlátja $g(x)$–nek. *5pt*

(iii) Az E halmaz megszámlálhatóan végtelen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{z\to\infty} h(z) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux-féle alsó integrál (részletesen). *5pt*

2015.01.12. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ha $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{6n^2-1}$ konvergens, akkor becsüljük meg az értékét 10^{-2} pontossággal. *20pt*
2. Oldjuk meg: $xy'' + y' \ln x = y' \ln y'$. *30pt*
3. Határozzuk meg $\int_\gamma \frac{x^2-y}{x+2y}\,dx + yx\,dy$ értéket, ahol γ az $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontokat összekötő szakasz ($A \to B$). *20pt*
4. A megfelelő sorfejtés első 4 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_{-2}^{-1} \frac{\sqrt[5]{1-x^2/9}}{x^3}\,dx$ értékét. *20pt*

2015.01.19. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x) = x^2 - 3x$ függvény deriváltját az $x = -2$ helyen. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^3-1} - \sqrt{n^2+2n}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{2n-1}\right)^{n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2-2s+2}, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^0 \frac{1}{t^2-3t}dt, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 e^{-xy}\, dy\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A c szám korlátja az $\{x_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) $s(t)$ konvex $[-1, 2]$–on. *5pt*

(iii) A korlátos H számhalmaz infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.01.19. Matematika I. NÉV:................................

B csoport EHA:................................

`FELADATOK:`

1. Definíció alapján és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-5}{n^2+3} = 2.$ *6pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = \arcsin x$ függvénynek az $a = 0$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, továbbá becsüljük meg $\arcsin 1/2$ értékét. *9pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = (x-5)\sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{v^2}{(1+2v^3)^{11}}\,dv, \qquad \text{(ii)} \int_1^\infty \frac{du}{u^3+u^2}, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 y\ln(2+3y)\,dy\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökkenő. *5pt*

(ii) A $h(x)$ függvény lineárisan approximálható a 2 pontban. *5pt*

(iii) A $\{c_n\}$ sorozat részsorozata a $\{b_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{t\to 2^-} g(t) = 3.$ *5pt*

(v) A Lagrange–féle maradéktag (részletesen). *5pt*

2015.01.19. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt{n-1}}{n^2}(3x+1)^{n-2}$ sort. *20pt*
2. Oldjuk meg: $y' + y = e^{-x} + 4x$. *20pt*
3. Határozzuk meg $\lim_{(x,y)\to A} \frac{x^2y - 2xy^2}{x^2+y^2}$ határértéket, ahol

   a) $A = (0,0)$, b) $A = (\infty, -1)$, c) $A = (2, -\infty)$, d) $A = (\infty, \infty)$. *20pt*
4. Határozzuk meg $\int_H \int \frac{xy}{2y+1}\, dxy$ értékét, ahol H a $(0,0)$, $(4,2)$ és $(0,4)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *30pt*

2015.01.26. Matematika I. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK:

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n+1}{5-2n}$ sorozatot, majd adjuk meg az $infimum$ és a *supremum* értékét. *10pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ függvény szélsőértékeit a $[-1, 2]$ halmazon. *5pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 \frac{1}{2t^2 + 3t + 1}\, dt, \qquad \text{(ii)} \int_e^\infty \frac{1}{u \ln^2 u}\, du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{v^2 + 3v - 2}{\sqrt{v}}\, dv.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A -2 szám felső korlátja az (y_n) sorozatnak. *5pt*

(ii) A 2 szám torlódási pontja a (c_n) sorozatnak. *5pt*

(iii) g folytonos a $[-2, 3)$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) A $[c, d]$ egy beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

2015.01.26. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 4,\ a_n = \sqrt{2a_{n-1}+3}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3\cdot n^2 + 2\cdot 3^n}, \qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{3n+1}\right)^{n+1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x}\ln x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *34pt*

$$\text{(i)}\ \int_0^1 t\cos 2\pi t\ dt, \qquad \text{(ii)}\ \int_2^3 \frac{s-2}{(s^2-4s+3)^3}\ ds, \qquad \text{(iii)}\ \int_1^\infty \frac{2y^2+y}{y^3+2y^2}\ dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -1$. *5pt*

(ii) A $h(y)$ függvény folytonos a 2 pontban. *5pt*

(iii) $f(x)$ lineárisan approximálható x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$. *5pt*

(v) Az E számhalmaz felsőhatár–tulajdonságú. *5pt*

2015.01.27. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Oldjuk meg $\left(\ln(x+1)+(x-y+1)e^{-y}\right)y'+\ln(x+1)+\dfrac{x+y}{x+1}-e^{-y}=0.$ *22pt*
2. Oldjuk meg $2y''+(y')^3y=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=4.$ *22pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2/4}\,dx$ értékét. *23pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_H\int \frac{x+y}{x+1}\,dxy$ értékét, ahol H az $y=0$, és az $y=4x-x^2$ görbék által határolt zárt síkrész . *23pt*

2016.05.17. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ függvény deriváltját az $x = -1$ helyen. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-3} - \sqrt{n^2 - \lambda n}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{2n-1}\right)^{2n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln^2 x$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 x\cos(2x-1)\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_2^3 \frac{s-1}{s^2-2s+a^2+1}\,ds, \qquad \text{(iii)} \int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{t^2-2t}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A 3 korlátja az $\{x_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) $F(z)$ konvex $[\alpha, \beta]$–n. *5pt*

(iii) A korlátos E számhalmaz infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{y\to-\infty} g(y) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2016.05.17. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a $\int_H\int \frac{xy}{y+3}\,dA$ integrált, ahol H az $A(1,-1)$, $B(0,0)$ és $C(1,2)$ pontok által meghatározott háromszög. *20pt*

2. Oldjuk meg: $y'' - 2y' + 5y = e^{-2x}$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$. *20pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma \frac{2}{x^2}\,dx + 2xy\,dy$ értéket, ahol γ

   a) az $O(0,0)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, negatív irányítású körvonal $P(-\sqrt{2},\sqrt{2})$, $Q(\sqrt{2},\sqrt{2})$ pontjait összekötő körív.

   b) az $A(-1,1)$, $B(0,2)$ és $C(1,1)$ pontokat összekötő tört szakasz ($A \to B \to C$). *30pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(0,3)$, és $(3,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *20pt*

2016.05.24. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-|x|}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \sin^4(ax-1)\cos(ax-1)\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_2^3 (s-1)\ln(2s+1)\,ds, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 \frac{t^3-1}{t^2+2t}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (y_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) Az $f(t)$ függvény monoton nő $[-2, 3]$–on. *5pt*

(iii) A $T(z)$ függvényneknek a $z = 2$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{y\to 1} g(y) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény (részletesen). *5pt*

2016.05.24. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a $\int_H \int \frac{2xy}{y+3}\, dA$ integrált, ahol H az $A(1,1)$, $B(3,0)$ és $C(3,2)$ pontok által meghatározott háromszög. *20pt*

2. Oldjuk meg: $xy' + y^2 + y = 0$, $y(2) = 3$.. *20pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma \frac{2}{x^2}\, dx + 2xy\, dy$ értéket, ahol γ

   a) az $O(0,0)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, negatív irányítású körvonal $P(1, \sqrt{3})$, $Q(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ pontjait összekötő körív ($P \to Q$).

   b) az $A(1,1)$, $B(2,3)$ és $C(2,1)$ pontokat összekötő tört szakasz ($A \to B \to C$). *30pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(0,-3)$, és $(-3,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *20pt*

2016.05.31. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-3}{8-3n}$ sorozatot. Adjuk meg a sorozat infimumát és supremumát is. *10pt*

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{3x}{(2-x)^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_{-1/3}^{0} \ln(3t+1)\, dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^{\pi/4} \sin^2 s\, ds, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 \frac{x^3}{x^2+3x+2}\, dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{b_n\}$ sorozat monoton növő. *5pt*

(ii) A $g(x)$ függvény differenciálható a -1 pontban. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[c, d]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{t \to -3} s(t) = 5$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2016.05.31. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Ábrázoljuk az $F(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^2\,(x-1)^{n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-3}{2^n}\,(x-1)^n$ függvény értelmezési tartományát. *30pt*
2. Oldjuk meg: $y'' - 2y' = 3e^{2x} - 5x + 1, \quad y(0) = 2,\ y'(0) = 1$. *20pt*
3. Oldjuk meg: $xy' - y = x^4 - 2x^3 \sin x$. *20pt*
4. Határozzuk meg $\lim\limits_{(x,y)\to A} \frac{x^3 - 2xy + 1}{x^2y - xy^2}$ határértéket, ahol

   a) $A = (0,0)$, b) $A = (\infty, -3)$, c) $A = (1, -\infty)$, d) $A = (\infty, \infty)$. *20pt*

2016.06.07. Kalkulus I. NÉV:..................................

A csoport EHA:..................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \ln(2-x)$ függvénynek az $a = 1$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, Lagrange-féle maradéktagját, majd becsüljük meg $\ln 3/2$ értékét. *10pt*

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_{-2}^{0} x\sqrt{x+2}\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_{1}^{3} \frac{u+2}{u^3-3u^2}\,du, \qquad \text{(iii)} \int_{0}^{1} \frac{5t^2}{\sqrt{7-2t^3}}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat konvergál 2–höz. *5pt*

(ii) A $h(t)$ függvénynek helyi maximuma van -3–ban. *5pt*

(iii) Az $f(t)$ függvény folytonos a 4 pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 3} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $g(x)$ függvény integrálközepe a $[c, d]$–on. *5pt*

2016.06.07. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2+n-2}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3-2n}{n^2-n+5}$. *25pt*

2. Oldjuk meg: $(x+1)y' - \frac{y}{x} - xe^x = 0, \quad y(1) = e$. *20pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{2x^2y - y}$ függvény $f'_x(-2,3)$, $f'_y(1/2,-5)$ parciális deriváltjait. *20pt*

4. Határozzuk meg $\int_\gamma 3yx\ dx + (2x-y)\ dy$ értéket, ahol γ az $O(2,-1)$ középpontú, $r = 2$ sugarú pozitív irányítású körvonal $A(2,-3)$ és $B(0,-1)$ pontjait összekötő körív. *25pt*

2016.06.14. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n - 3\cdot 5^n}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{2n^2+e}}{3-n}.$$

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{1/x^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_1^2 \frac{z+2}{z^2-6z+9}\,dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty xe^{-5x}\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_e^{e^2} \frac{\ln y\sqrt{\ln y}}{y}\,dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{c_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökken. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény lineárisan approximálható az 1 pontban. *5pt*

(iii) A $\{b_n\}$ sorozat torlódási pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 5$. *5pt*

(v) A Lagrange–féle maradéktag. *5pt*

2016.06.14. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^{2n-1} - 3 \cdot 5^{n-5}}{3^{3n+2}}$ sor összegét.

   b) A tanult módon vizsgáljuk a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n \sqrt{n+1}}{2n^2 - 5}(x+3)^{n-2}$ sort. *25pt*

2. Oldjuk meg: $\ln(y^2+1) + \dfrac{2y(x-1)}{y^2+1} y' = 0$. *20pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{yx - y}$ függvény iránymenti deriváltját a $P(2,5)$ pontban, az $U(2,-3)$ irányban. *20pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 2x$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(2,4)$, és $(3,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *25pt*

2016.06.21. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{3-2x^2}$ függvénynek az $x_0 = -1$ koordinátájú pontjához húzott érintő egyenesének egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ –nek a $[-3, 1]$ zárt intervallumon fölvett szélsőértékeit. *5pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{3x^2}{(1-x)^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_0^\infty xe^{1-x^2}\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_1^e \frac{\ln z}{\sqrt{z}}\,dz, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{1}{t^2+4t+5}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A -5 fölső korlátja az $\{a_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) A $h(t)$ függvénynek helyi maximuma van -3–ban. *5pt*

(iii) Az E halmaznak a 4 infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2016.06.21. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Legyen $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$. Határozzuk meg f szélsőértékeit. *20pt*
2. Oldjuk meg: $x^2y'' + 2xy' = \ln x, \quad y(1) = 0,\ y'(1) = 2$. *20pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_0^1 x^2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}\,dx$ értékét. *20pt*
4. Határozzuk meg $\int\int_H \frac{x+2y}{x+3}\,dxdy$ értékét, ahol H a $(-2,0)$, $(-1,2)$ és $(0,0)$ pontok által meghatározott zárt háromszög. *30pt*

2016.06.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+3n-2\pi}{\sqrt[3]{1-5n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{9}-1}{2\sqrt[n]{3}-2}.$$

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x + e^{-1/x}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_{-3}^{-1} \frac{t^3}{t^2+3t}\,dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^{\pi/4} (3x-1)\sin 2x\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 5v^2(2-8v^3)^{15}\,dv.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{b_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvénynek inflexiós pontja van az $x = -2$ helyen. *5pt*

(iii) A $h(x)$ függvény folytonos a $(-3, 4]$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Az $[c, d]$ egy beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

2016.06.30. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y)=\sqrt{x^2-y}$ függvény $f'_x(1,-3)$, $f'_y(-5,2)$ parciális deriváltjait. *20pt*
2. Oldjuk meg: $(x+1)y'-\frac{y}{x}-xe^x=0, \quad y(1)=e$. *20pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x^4}\,dx$ értékét. *25pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_\gamma (x+3y)\,dx-\frac{2y}{2x-y}\,dy$ értéket, ahol γ a $(-3,2)$ és $(1,-3)$ pontokat összekötő szakasz $(A\to B)$. *25pt*