2014.12.09. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3,\quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2 + e}{3 + n} = \infty$. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/2} x \cos 2x \; dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^{\infty} ue^{-u^2} \; du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t^3 - 1}{t + 2} \; dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) Az f függvény monoton nő $[a, b]$–n. *5pt*

(iii) Az $f(x)$–nek az $x = 2$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény. *5pt*

2014.12.09. Kalkulus II. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^{n-2}}{5^n\sqrt{n+1}}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $(x^2+x)y' + 4 = y^2,\ y(1) = -2.$ *23pt*
3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = x + \sqrt{xy} - 1/y$ függvény $f'_x(-1,-1)$, $f'_y(0,1)$ parciális deriváltjait. *22pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_H\int \frac{x+y}{x+1}\ dxy$ értékét, ahol H a $(2,0)$, $(1,2)$ és $(0,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

2014.12.16. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = e^{2-3x}$ függvényt. *7pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ függvény szélsőértékeit a $[-2, 0]$ halmazon. *8pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + 2 - 3\sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/4} \cos^2 t \, dt, \qquad \text{(ii)} \int_{\ln 4}^{\ln 9} e^{-s/2} \, ds, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 \frac{2}{x^2-1} \, dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény differenciálható a -2 pontban. *5pt*

(iii) A korlátos E számhalmaz supremuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \to -1} f(x) = -2$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2014.12.16. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n^2-n-2}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n \ln^2 n}$. *22pt*

2. Oldjuk meg: $y'' - 2y' + 5y = e^{-2x} - \sin 3x$. *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_{\gamma} (x-y)\, dx + y^2\, dy$ értéket, ahol γ

   a) az $O(-1,2)$ középpontú, $r = 2$ sugarú negatív irányítasú körvonal $A(-1,0)$ és $B(1,2)$ pontjait összekötő körív.

   b) az $A(-1,0)$ és $B(1,2)$ pontokat összekötő szakasz $(A \to B)$. *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 2xy + y^3$ függvény szélsőértékeit a $(-1,-1)$, $(1,-1)$, $(-1,2)$, és $(1,2)$ pontok által kijelölt zárt négyszögön. *23pt*

2014.12.23. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ függvény deriváltját az $x = -2$ helyen. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-\pi} - \sqrt{n^2-2n}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{2n-1}\right)^{n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2 x$ függvényt. *20pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{ds}{s^2-2s+2}, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^0 \frac{1}{t^2-2t}dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A 3 korlátja az $\{a_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) $f(x)$ konvex $[-1, 2]$–n. *5pt*

(iii) A korlátos E számhalmaz infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2014.12.23. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció alapján és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-5}{n^2+n+3} = 2.$ *10pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ függvénynek az $a = 0$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, továbbá becsüljük meg $\sqrt[3]{2}$ értékét. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-1/x^2}$ függvényt. *20pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 v^2(3+5v^3)^{12}\, dv, \qquad \text{(ii)} \int_{-2}^{-1} \frac{du}{u^3+u^2}.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökken. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény lineárisan approximálható az 1 pontban. *5pt*

(iii) A $\{b_n\}$ sorozat részsorozata az $\{a_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 4.$ *5pt*

(v) A Lagrange–féle maradéktag. *5pt*

2014.12.23. Kalkulus II. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\sqrt{n-1}}{n^2-3}(2x+5)^{n+1}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $yy' = 2xy' + 4x + y$, $y(-1) = 1$. *22pt*
3. Határozzuk meg $\displaystyle\lim_{(x,y)\to A} \frac{x^2y - 3xy^2}{x^2+y^2}$ határértéket, ahol

   a) $A = (0,0)$, b) $A = (\infty, 2)$, c) $A = (3, -\infty)$, d) $A = (\infty, \infty)$. *23pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_H\int \frac{x-y}{y+1}\, dxy$ értékét, ahol H a $(0,0)$, $(4,2)$ és $(0,4)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

2015.01.06. | Matematika I. | NÉV:.................................

A csoport | EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 1,\ a_n = \sqrt{a_{n-1} + 6}\ \ (n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n - 3\cdot 5^n}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+2}\right)^{2n-3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln|x|$ függvényt. *20pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi^2} \frac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\, dt\ , \qquad \text{(ii)} \int_1^{\infty} \frac{dz}{z^2+3z+2}\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat alulról korlátos. *5pt*

(ii) Az E számhalmaznak a -2 supremuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek konkáv a $[3,5]$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.01.06. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2 - e^2 + 2x}$ függvénynek az $x = e$ pontba húzott érintőegyenesének az egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{5^n + n^3}{\pi - 2^{3n}}\,, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 1} \frac{1 - x^3}{x^2 - 1}\,.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3\sqrt{x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{x+1}{x^2 - 6x + 9}\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_1^e s \ln s\,ds, \qquad \text{(iii)} \int_2^3 \frac{t}{\sqrt[3]{t^2 - 4}}\,dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat konvergál -2–höz. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvénynek helyi maximuma van 1–ben. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény differenciálható a c pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 3$. *5pt*

(v) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[-2, 3]$–on. *5pt*

2015.01.06. Kalkulus II. NÉV:..................................

A csoport EHA:..................................

FELADATOK

1.

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3 \cdot 5^{n+1}}{3^{3n+1}}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n\sqrt{\ln n}}$. *22pt*

2. Oldjuk meg: $y'' + 2y' = e^{-x} \sin x - 2y - x$. *22pt*

3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{x+3y}$ függvény iránymenti deriváltját a $P(1,2)$ pontban, az $U(4,-3)$ irányban. *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ függvény szélsőértékeit az $x^2 + y^2 \leq 8$ halmazon. *23pt*

2015.01.13. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-n+1}{3-n+2n^2} = \infty$. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3}-1}{1-\sqrt[n]{9}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{e^x(1-x)}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 \frac{u^3+u+1}{u^2-1}\, du, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty ve^{1-v^2}\, dv\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke 3. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ szigorúan monoton csökken a $[0,2]$–on. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek inflexiós pontja van az $x=-2$ helyen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $f(x)$ függvény integrálközepe a $[c,d]$–on. *5pt*

2015.01.13. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-3}{3n-11}$ sorozatot. *5pt*
2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2+3}+n}{n-\sqrt[3]{n^4+3}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+5}\right)^{n+3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *20pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^\pi p \sin p \; dp, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^0 t^2(t^3+1)^7 \; dt, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{y+1}{\sqrt{y}} \; dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \infty$. *5pt*

(ii) A -3 alsó korlátja $f(x)$–nek. *5pt*

(iii) Az E halmaz megszámlálhatóan végtelen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux-féle alsó integrál. *5pt*

2015.01.13. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. 10^{-2} pontossággal becsüljük meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{6n^2+n-1}$ számsor értékét. *22pt*
2. Oldjuk meg: $xy' + y^2 + y = 0$, $y(1) = 1$. *22pt*
3. Határozzuk meg $\int_\gamma (x-y)\,dx + yx\,dy$ értéket, ahol

   a) γ az $O(1,3)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, pozitív irányítású körvonal $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontjait összekötő körív $(A \to B)$,

   b) γ az $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontokat összekötő szakasz $(A \to B)$ *23pt*
4. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_1^2 \frac{\sqrt[3]{1-x^2/9}}{x^2}\,dx$ értékét. *23pt*

2015.01.20. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 5,\ a_n = \dfrac{3a_{n-1}+2}{a_{n-1}+2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *12pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[7]{2-x}$ függvénynek az $a = \beta$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját. *8pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln x^2$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 (\lambda+1)e^{-\lambda x}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty \frac{2}{y^2+6y+9}\, dy, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 t\sin(t+2)\, dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

(ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy-sorozat. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény konvex az $[1, 5]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrál. *5pt*

2015.01.20. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = \ln(3-2x)$ függvényt. *5pt*
2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+3}{n-2n^2} = -\frac{1}{2}$. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/4} \sin^2 t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{y^3+1}{2-y} \; dy, \qquad \text{(iii)} \int_1^{\infty} \frac{z+2}{z^2+2z+2} \; dz.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) Az E halmaznak a 3 infimuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek helyi minimuma van $x = 2$–ben. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$. *5pt*

(v) Cauchy–féle maradéktag. *5pt*

2015.01.20. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n+1} \left(\frac{2x-1}{3} \right)^{n-3}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $xy' - y = 4x - y',\ y(1) = 2$. *22pt*
3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = x - \sqrt{x+y}$ függvény $f'_x(2,1)$, $f''_{xx}(0,1)$ parciális deriváltjait. *23pt*
4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - 2x - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(1,3)$ és $(2,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *23pt*

2015.01.27. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2+4}{3-2n}$ sorozatot. *10pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ függvény szélsőértékeit a $[0,1]$ halmazon. *5pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x - \sqrt{x^2-4}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{3}{2z^2+3z+1}\,dz, \qquad \text{(ii)} \int_e^\infty \frac{1}{u\ln^2 u}\,du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{v^2+v-2\sqrt{v}}{\sqrt{v}}\,dv.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A -1 szám felső korlátja az (a_n) sorozatnak. *5pt*

(ii) A 2 szám torlódási pontja az (a_n) sorozatnak. *5pt*

(iii) f folytonos a $[-2,3)$–on. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az $[a,b]$ egy beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

2015.01.27. Matematika I. NÉV:................................

B csoport EHA:................................

FELADATOK:

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 5,\ a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}\ \ (n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3 \cdot 2^n + 2 \cdot 3^{n+1}}, \qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1}\right)^{1-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)}\ \int_0^{\pi/2} (t+1)\cos t\, dt, \qquad \text{(ii)}\ \int_4^{\infty} \frac{z-2}{\sqrt{z^2 - 4z + 3}}\, dz, \qquad \text{(iii)}\ \int_1^2 \frac{2y^2 + y}{1 - 2y}\, dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény folytonos a 2 pontban. *5pt*

(iii) $f(x)$ lineárisan approximálható a–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$. *5pt*

(v) Az E számhalmaz felsőhatár–tulajdonságú. *5pt*

2015.01.27. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Oldjuk meg $\left(\ln(x+1)+(x-y+1)e^{-y}\right)y'+\ln(x+1)+\dfrac{x+y}{x+1}-e^{-y}=0.$ *22pt*
2. Oldjuk meg $2y''+(y')^3y=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=4.$ *22pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2/4}\,dx$ értékét. *23pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_H\int \frac{x+y}{x+1}\,dxy$ értékét, ahol H az $y=0$, és az $y=4x-x^2$ görbék által határolt zárt síkrész . *23pt*

2015.05.19. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg a $h(x) = \sqrt{3x - x^2}$ függvény deriváltját az $x = 2$ helyen. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-\pi}-\sqrt{n^2-2n}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{2n-1}\right)^{n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2 x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *32pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{0}\frac{ds}{s^2-2s+2}, \qquad \text{(ii)} \int_{3}^{\infty}\frac{1}{t^2-2t}dt, \qquad \text{(iii)} \int_{1}^{3}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A -2 korlátja az $\{b_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) $g(x)$ konvex $[-1,3]$–n. *5pt*

(iii) A korlátos H számhalmaz infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.05.19. Matematika II. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n\sqrt{n+1}}{2n^2-3}(x+5)^{n-1}$ sort. *22pt*

2. Laplace–transzformációval oldjuk meg: $y' = 2y + 4x - e^{2x}$, $y(0) = 2$. *22pt*

3. Határozzuk meg a $\lim\limits_{(x,y)\to A} \frac{x^2y+3xy^2}{x^2+y^2}$ határértéket, ahol

   a) $A = (0,0)$, b) $A = (-\infty, 2)$, c) $A = (-1, -\infty)$, d) $A = (\infty, -\infty)$. *23pt*

4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{xy}{y+1}\,dxy$ értékét, ahol H a $(0,0)$, $(4,1)$ és $(0,3)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

2015.05.26. Műmat NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 2xy + y^3$ szélsőértékeit a $(-1,-1)$, $(1,-1)$, $(-1,2)$, és $(1,2)$ pontok által kijelölt zárt négyszögön. *22pt*
2. Oldjuk meg: $a:)\ e^z = -2$, $b:)\ \cos z = -i$, $c:)\ \ln z = 3i$. *22pt*
3. Határozzuk meg $\int_\gamma (z+3i)Rez\ dz$ értékét, ahol γ a $\gamma_{i,2}$ körív $z_1 = 2+i \to z_2 = -2+i$ pontjait köti össze a:) pozitív, b:) negatív irányban. *23pt*
4. A Cauchy–féle integrálformula és a Reziduum–tétel alkalmazásával is határozzuk meg $\oint_\gamma \frac{z^2-2iz}{(z+i)^2}\ dz$ értékét, ahol $\gamma : \gamma^+_{0,2}$. *23pt*

2015.05.26. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció alapján és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-5}{n^2-n+3} = 2.$ *9pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ függvénynek az $a = 0$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, továbbá becsüljük meg $\sqrt[3]{2}$ értékét. *9pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *32pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 v^2(3+5v^3)^{12}\, dv, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{du}{u^3+u^2}, \qquad \text{(iii)} \int_0^\infty xe^{3-2x}\, dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{x_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökken. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény lineárisan approximálható az -1 pontban. *5pt*

(iii) A $\{c_n\}$ sorozat részsorozata a $\{b_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -3.$ *5pt*

(v) A Lagrange–féle maradéktag. *5pt*

2015.05.26. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1.

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3 \cdot 5^{n+1}}{3^{3n+1}}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n\sqrt{\ln n^2}}$. *22pt*

2. Laplace–transzformációval oldjuk meg: $y'' + 2y' = e^{-x} \sin x - 2y$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. *22pt*

3. Ábrázoljuk az $f(x, y) = \sqrt{-x + 3y}$ függvény értelmezési tartományát, majd definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az iránymenti deriváltját a $P(-1, 2)$ pontban, az $U(-4, 3)$ irányban. *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x, y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ függvény szélsőértékeit az $x^2 + y^2 \leq 8$ halmazon. *23pt*

2015.06.02. Műmat NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Laplace–transzformációval oldjuk meg: $y'' + 2y' = e^{-x}\sin x + x - 2y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$. *22pt*

2. Ábrázoljuk a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n\sqrt{n+1}}{2n^2-1}(z+5-i)^{n-1}$ függvénysor konvergencia tartományát. Hogyan viselkedik a sor a $z_1 = -9/2 + i$, illetve a $z_1 = -11/2 + i$ pontban? *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma (Rez - 2i)z \; dz$ értékét, ahol γ a:) a $\gamma^+_{1+i,2}$ kör $z_1 = 3 + i \to z_2 = 1 - i$ pontjait összekötő ív, b:) a $z_1 = 3 + i \to z_2 = 1 - i$ pontokat összekötő szakasz. *23pt*

4. A Reziduum–tétel alkalmazásával, illetve a Laurent–sor segítségével is határozzuk meg $\oint_\gamma \frac{2z+3i}{z^3+8} \; dz$ értékét, ahol γ a $\gamma^-_{-1+i,3}$ görbe. *23pt*

2015.06.02. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2 + \sqrt{5}}{n - 4} = \infty$. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_{-\pi/4}^{\pi/2} x\cos 2x \; dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^{\infty} ue^{-u^2} \; du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t^3 - 1}{t + 2} \; dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (x_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) A g függvény monoton nő $[c, d]$–n. *5pt*

(iii) A $h(x)$–nek az $x = -1$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény. *5pt*

2015.06.02. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+3)^{n-2}}{5^n\sqrt{2n-1}}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $(x^2+3x)y' + 4 = y^2,\ y(1) = 2.$ *23pt*
3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = 2x + \sqrt{xy} - 1/y$ függvény $f'_x(-2,-3)$, $f'_y(4,1)$ parciális deriváltjait. *22pt*
4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{x+y}{2x+1}\,dxy$ értékét, ahol H a $(3,0)$, $(1,3)$ és $(0,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

2015.06.09. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3 - n + 1}{3 - n + 2n^2} = \infty$. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3} - 1}{1 - \sqrt[n]{9}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{e^x(1-x)}$ függvényt. *20pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 \frac{u^3 + u + 1}{u^2 - 1}\, du, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty v e^{1-v^2}\, dv\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke 3. *5pt*

(ii) A $g(x)$ szigorúan monoton csökken a $[0, 2]$–on. *5pt*

(iii) A $h(x)$ függvénynek inflexiós pontja van az $x = -2$ helyen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $f(x)$ függvény integrálközepe a $[c, d]$–on. *5pt*

2015.06.09. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Oldjuk meg $(xy - x^2)dy - y^2 dx = 0,\ y(1) = e.$ *22pt*
2. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 3y = x + 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2.$ *22pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_1^2 \frac{\sqrt{3-x}}{x^2}\,dx$ értékét. *23pt*
4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{x+y}{y+4}\,dxy$ értékét, ahol H az $y = 0$, és az $y = 4x - x^2$ görbék által határolt zárt síkrész . *23pt*

2015.06.16. Műmat NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Oldjuk meg: $(x^2 + 3x)y' + 4 = y^2,\ y(1) = 2.$ *22pt*
2. Adjuk meg a 2π szerint periodikus $f(x) = 0$, ha $-\pi \leq x \leq 0$, illetve $f(x) = \sin x$, ha $0 \leq x \leq \pi$ függvény valós és komplex Fourier–sorát, továbbá a $c_{-1},\ a_1, b_5$ számokat. *22pt*
3. Határozzuk meg $\int_\gamma \bar{z} + i\ dz$ értékét, ahol γ a $\gamma_{1-i,2}$ körív $z_1 = 1 + i \to z_2 = 1 - 3i$ pontjait köti össze a:) pozitív, b:) negatív irányban. *23pt*
4. Határozzuk meg az $f(z) = \dfrac{1-i}{z^3 - i}\ dz$ Laurent–sorait a $z_0 = 0$ pont körül kifejtve. *23pt*

2015.06.16. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = 1 - e^{2+3x}$ függvényt. *8pt*
2. Határozzuk meg az $f(t) = t^3 - 4t^2 + 16$ függvény szélsőértékeit a $[-2, 2]$ halmazon. *7pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + 2 - 3\sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_{-\pi/3}^{\pi/4} \cos^2 t \, dt, \qquad \text{(ii)} \int_{\ln 4}^{\ln 9} e^{-y/2} \, dy, \qquad \text{(iii)} \int_1^3 \frac{1}{x^2 - 4} \, dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) A $g(x)$ függvény differenciálható a -3 pontban. *5pt*

(iii) A korlátos H számhalmaz supremuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \to -2} f(x) = -1$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.06.16. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n^2-n-2}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{n\sqrt{\ln n}}$. *22pt*

2. Laplace–traszfomációval oldjuk meg: $y''-2y'+5y=e^{-2x}$,$y(0)=0$, $y'(0)=2$. *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma x(1-y)\,dx+2y\,dy$ értéket, ahol γ

   a) az $O(0,0)$ középpontú, $r=2$ sugarú, negatív irányítású körvonal $A(-2,0)$ és $B(2,0)$ pontjait összekötő körív.

   b) az $A(-1,0)$ és $B(1,3)$ pontokat összekötő szakasz ($A\to B$). *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y)=x^3-2xy+y^3$ függvény szélsőértékeit a $(1,-1)$, $(-1,2)$, és $(1,2)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *23pt*

2015.06.23. Műmat NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{xy}{y+1}\,dxy$ értékét, ahol H a $(0,0)$, $(4,1)$ és $(0,3)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *22pt*

2. Oldjuk meg: $a:)\ \sin z = 2$, $b:)\ \operatorname{ch} z = 2i$, $c:)\ z^4 = -16$. *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma \frac{2+z}{Imz+i}\,dz$ értékét, ahol γ a:) a $z_1 = 0 \to z_3 = 2+i$ pontokat összekötő szakasz, b:) a $z_1 = 0 \to z_2 = i \to z_3 = 2+i$ pontokat összekötő tört szakasz. *23pt*

4. A Reziduum–tétel alkalmazásával, illetve a Laurent–sor segítségével is határozzuk meg $\oint_\gamma \frac{3z-2i+1}{z^2-6z+10}\,dz$ értékét, ahol γ a $\gamma^+_{3+i,1}$ görbe. *23p*

2015.06.23. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 4,\ a_n = \sqrt{a_{n-1} + 6}\ \ (n > 1)$ rekurzív sorozatot. *9pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *9pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7^n - 2\cdot 4^n}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)^{n+3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln x$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *32pt*

$$\text{(i)} \int_1^2 \frac{3\sin(\sqrt{t}-1)}{\sqrt{t}}\, dt\ , \qquad \text{(ii)} \int_1^\infty \frac{dz}{z^2+4z+2}\ , \qquad \text{(iii)} \int_2^3 x\ln(2x-3)\, dx.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{x_n\}$ sorozat alulról korlátos. *5pt*

(ii) Az A számhalmaznak a -1 supremuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek konkáv a $[c, d]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

2015.06.23. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2y - y^3 - 2$ függvény szélsőértékeit (és helyeit) a $(-1,-1)$, $(2,-1)$, $(-1,3)$, $(2,3)$ pontok által meghatározott zárt negyszögön. *22pt*

2. Oldjuk meg: $xy' + y^2 + y = 0$, $y(1) = 1$. *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma (x+y)\,dx + y^2\,dy$ értéket, ahol

   a) γ az $O(1,3)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, pozitív irányítású körvonal $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontjait összekötő körív $(A \to B)$,

   b) γ az $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontokat összekötő szakasz $(A \to B)$. *23pt*

4. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_1^2 \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^3}\,dx$ értékét. *23pt*

2015.06.30. Műmat NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A megfelelő sorfejtések első 4 tagjának segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{-x^2}}{x}\,dx$, illetve $\ln 5$ értékét. *22pt*
2. Ábrázoljuk a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2z+3-i)^{n-2}}{5^n\sqrt{2n-1}}$ függvénysor konvergencia tartományát. Hogyan viselkedik a sor a $z_1 = -4 + i/2$, illetve a $z_1 = 1 + i$ pontban? *22pt*
3. Határozzuk meg $\displaystyle\int_\gamma \frac{z + 2Imz}{3Rez - i}\,dz$ értékét, ahol γ a:) a $z_1 = 0 \to z_3 = 2 + i$ pontokat összekötő szakasz, b:) a $z_1 = 0 \to z_2 = 2 \to z_3 = 2 + i$ pontokat összekötő tört szakasz. *23pt*
4. Határozzuk meg az $f(z) = \dfrac{z - i}{z^3 + 8}$ Laurent–sorait a $z_0 = 1 - i$ pont körül kifejtve. *23p*

2015.06.30. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2 + e^{-x} + 2x + 1}$ függvénynek az $x = 0$ pontba húzott érintőegyenesének az egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{5 + n^3}{3 - 2^{n-1}}\ , \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 1} \frac{1 - x^3}{x^2 - 1}\ .$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 - 3\sqrt{x^2}$ függvényt. *15pt*

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 6x + 9}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 se^{2s-1}\, ds, \qquad \text{(iii)} \int_2^3 t\sqrt[5]{t^2 - 4}\, dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{b_n\}$ sorozat konvergál -2–höz. *5pt*

(ii) A $g(x)$ függvénynek helyi maximuma van -1–ben. *5pt*

(iii) A $h(x)$ függvény differenciálható a c pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 2$. *5pt*

(v) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[2, 3]$–on. *5pt*

2015.06.30. Matematika II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{n+1} \left(\frac{3x-1}{2} \right)^{n-3}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $xy' - y = 4x^2 - 1 - y',\ y(1) = 2$. *22pt*
3. Ábrázoljuk az $f(x, y) = x - \sqrt{2x - y}$ függvény értelmezési tartományát, majd definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f'_x(2, 1)$, $f''_{xx}(1, -1)$ parciális deriváltakat. *23pt*
4. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(0, 0)$, $(1, 3)$ és $(2, 0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *23pt*

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a), \quad \int \sin x dx = -\cos x + C$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C, \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^\infty x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^\infty \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$
$$\int_k^\infty f(x) dx < \sum_{n=k}^\infty a_n < a_k + \int_k^\infty f(x) dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^\infty (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y,\ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$

$$\int_L f(z) dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$

$$c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}}\, dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z)\, dz, \quad f(z) = \sum_{n=-\infty}^\infty c_n (z-z_0)^n.$$

$$Res(f,a) = \frac{h(a)}{g'(a)}, \quad Res(f,a) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \to a} [(z-a)^n f(z)]^{(n-1)}.$$

$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\, dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^\infty c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty f(x) e^{-i\omega x}\, dx$$