2009.12.14. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2-4}{3n+2}$ sorozatot. Továbbá adjuk meg az $\inf a_n$ és $\sup a_n$ értékeket. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n-5}{5n+2}\right)^{n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x^2}{1-x^2}}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-3}^{1} \frac{z}{\sqrt{z^2+5}}dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^{1} \frac{1+u}{1-u^2}du.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat monoton nő *5pt*

(ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f–nek helyi maximuma van x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$. *5pt*

(v) A korlátos E számhalmaz infimuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.14. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Definíció szerint es formálisan is határozzuk meg az $f(x) = x\sqrt{x+2}$ deriváltját az $a = 2$ helyen. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{5^n - 2^n + 32}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n-2}\right)^{3-n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln^2 |x|$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 z^2 \ln z dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^{\infty} \frac{-7}{x^2+3} dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat határértéke ∞. *5pt*

(ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f konvex $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) f integrálható. (részletesen!) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.14. Kalkulus II. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \dfrac{x}{y^2+1}$ függvény $P(0,1)$ pontbeli, $u(-3,1)$ iránymenti deriváltját. *18pt*
2. Oldjuk meg $xy' = y^2 - y,\ y(2) = 1$. *18pt*
3. Határozzuk meg $\int_L (x-y)dx + x\sin y dy$ –t, ahol L a $(3,2)$, $(-1,-2)$ pontokat összekötő szakasz. *18pt*
4. Mind a két módon határozzuk meg $\int_H\int (3x-2y+1)dxy$ értékét, ahol H a $(-1,1)$, $(3,-2)$ és $(4,2)$ pontok által kijelölt háromszög. *18pt*
5. A megfelelő sorfejtés első 4 tagjának segítségével becsüljük meg $\arcsin(1/2)$ értékét. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.16. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3$ $a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$ rekurzív sorozatot . *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{8} - 1}{\sqrt[n]{2} - 1}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to\pi/2} 2^{\operatorname{tg} x}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \dfrac{1}{x^2}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 \frac{x}{x^2 + x - 6} dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^3 \frac{x}{e^x} dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat határértéke 3. *5pt*

(ii) Az f függvény konvex I–n. *5pt*

(iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-1} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) f egyenletesen folytonos $[a;b]$–n. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.16. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint es formálisan is határozzuk meg a $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+4}{3n-5}$ határértéket. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+2n}}{1+\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x}-x\right).$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} \frac{3x-4}{x^2-2x+6}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \ln x \;\; dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat határértéke $-\infty$. *5pt*

(ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f monoton $[a,b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to -2} f(x) = 3$. *5pt*

(v) f integrálfüggvénye. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.16. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^2 - 3xy$ függvény $P(1,-2)$ pontbeli parciális deriváltjait. *18pt*
2. Oldjuk meg: $x^2dy + [(1-2x)y - 1]dx = 0$. *18pt*
3. Oldjuk meg: $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$, $y'(1) = 2$. *18pt*
4. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+3}{n^2-n+2}(x-3)^{2n-1}$ sort. *18pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x+y+2$ függvénynek az $(x-2)^2+(y+1)^2 = 1$ feltétel melletti szélsőérték helyeit és értékeit is. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.23. Kalkulus I. NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Mutassuk meg, hogy az $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{2a_n+3}{a_n+3}$ $(n \geq 1)$ rekurzív sorozat monoton és korlátos, majd határozzuk meg a határértékét. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n} - n + 1}{\sqrt{n^2-1} - 2\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \ \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+4}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 xe^{-x^2}dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat konvergál -2–höz. *5pt*

(ii) Az f függvény differenciálható az 1 pontban. *5pt*

(iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 3} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) f integrálható $[a;b]$–n. (részletesen) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.23. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Adjuk meg az $f(x)=\sqrt{x}\ln(x^2+1)$ függvénynek az $x=4$ pontba húzott érintőegyenesének egyenletét.

   10pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty}(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n+1}), \qquad \text{(ii)}\ \lim_{x\to o}\frac{1-\cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=xe^{-x^2}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)}\ \int_{-2}^{0}\frac{x+2}{x^2+4}dx, \qquad \text{(ii)}\ \int_{1}^{2}\frac{1}{x\ln^2 x}\ dx.$$

$$\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\ (\alpha\neq-1),\qquad \int\frac{1}{x+a}dx=\ln|x+a|+C,\ (x\neq a)$$

$$\int\cos x dx=\sin x+C,\qquad \int\sin x dx=-\cos x+C,\qquad \int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\operatorname{tg} x+C,$$

$$\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\operatorname{ctg} x+C,\qquad \int\frac{1}{x^2+1}dx=\operatorname{arctg} x+C,$$

$$\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+C,\qquad \int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C,\ (0<a\neq1),$$

$$\int\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx=\ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right|+C,\qquad \int\frac{1}{\sin x}dx=\ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right|+C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Infimum. *5pt*

(ii) Az f függvény felülről korlátos. *5pt*

(iii) a_n Cauchy–sorozat. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 1} f(x) = -3$. *5pt*

(v) Integrálközép. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.23. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Határozzuk meg $\int_L \ln(x+2)dx - xdy$ –t, ahol L a $(2,2)$, $(-1,1)$ pontokat összekötő szakasz. *18pt*
2. Oldjuk meg: $(x+1)dy - [(x+1)^3 - 2y]dx = 0$, $y(0) = 2$. *18pt*
3. Oldjuk meg: $y'' - y' - 2y = e^x + 4x$. *18pt*
4. A tanult módon, 10^{-3} pontossággal becsüljük meg $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{n^2+n-2}$ értékét. *18pt*
5. Határozzuk meg $f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2 + 3$ szélsőérték helyeit és értékeit is. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Mutassuk meg, hogy az $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \dfrac{2a_n + 3}{a_n + 3}$ $(n \geq 1)$ rekurzív sorozat monoton és korlátos, majd határozzuk meg a határértékét. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n} - n + 1}{\sqrt{n^2-1} - 2\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \ \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+4}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 xe^{-x^2}dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat konvergál -2–höz. *5pt*

(ii) Az f függvény differenciálható az 1 pontban. *5pt*

(iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 3} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) f integrálható $[a;b]$–n. (részletesen) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Adjuk meg az $f(x)=\sqrt{x}\ln(x^2+1)$ függvénynek az $x=4$ pontba húzott érintőegyenesének egyenletét.

   10pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty}(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n+1}), \qquad \text{(ii)}\ \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=xe^{-x^2}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)}\ \int_{-2}^{0}\frac{x+2}{x^2+4}dx, \qquad \text{(ii)}\ \int_{1}^{2}\frac{1}{x\ln^2 x}\ dx.$$

$$\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\ (\alpha\neq-1), \quad \int\frac{1}{x+a}dx=\ln|x+a|+C,\ (x\neq a)$$
$$\int\cos x dx=\sin x+C, \quad \int\sin x dx=-\cos x+C, \quad \int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\operatorname{tg}x+C,$$
$$\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\operatorname{ctg}x+C, \quad \int\frac{1}{x^2+1}dx=\operatorname{arctg}x+C,$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+C, \quad \int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C,\ (0<a\neq 1),$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx=\ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right|+C, \quad \int\frac{1}{\sin x}dx=\ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right|+C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Infimum. *5pt*

(ii) Az f függvény felülről korlátos. *5pt*

(iii) a_n Cauchy–sorozat. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 1} f(x) = -3$. *5pt*

(v) Integrálközép. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.12.30. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\int_L \ln(x+2)dx - xdy$ –t, ahol L a $(2,0)$, $(-1,1)$ pontokat összekötő szakasz. *18pt*
2. Oldjuk meg: $\cos x - x\sin x + (x-\cos y)y' = 0$, $y(0) = \pi/2$. *18pt*
3. Oldjuk meg: $xy'' + x = 0$, $y(0) = 5$, $y'(1) = 2$. *18pt*
4. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n + 1}{n2^n + 1}(3x+2)^{3n-1}$ sort. *18pt*
5. Határozzuk meg $\int_H \int (x-y)dxy$–t, ahol H a $(2,1)$ $(4,-1)$ és $(7,-3)$ pontok által meghatározott háromszög. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2-4}{3n^2-46}$ sorozatot. Továbbá adjuk meg az $\inf a_n$ és $\sup a_n$ értékeket. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n+2}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n-5}{3n+2}\right)^{5n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} \frac{z}{\sqrt{1-z^2}}dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{1+2u}{1-u^2}du.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat monoton csökkenő *5pt*

(ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f–nek helyi minimuma van x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$. *5pt*

(v) A korlátos E számhalmaz szuprémuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

20010.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint es formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2+2}$ deriváltját az $a = 2$ helyen. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{5^n + 2^n - 3}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{3-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \ln|x+1| - \dfrac{x}{x+1}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^\infty z^{-3/2} \ln z dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^2 \frac{2}{x^2+3x+3} dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat konvergál 3–hoz.(részletesen!) *5pt*

(ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f konkáv $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) f integrálható. (részletesen!) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.06. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = \dfrac{x^2 - x}{y^2 - y + 1}$ függvény $P(0,1)$ pontbeli, $u(-3,2)$ iránymenti deriváltját. *18pt*
2. Oldjuk meg $y' + \dfrac{1-2x}{x^2} y = 1$. *18pt*
3. Oldjuk meg $y'' + y' - 5y = \cos 2x$. *18pt*
4. A tanult módon, 10^{-3} pontossággal becsüljük meg $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 5n - 3}$ értékét. *18pt*
5. A megfelelő sorfejtés első 4 tagjának segítségével becsüljuk meg $\displaystyle\int_{-1/2}^{3/4} \frac{x^2}{\sqrt{1+x}}$ értékét. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.13. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2-4}{3n^2-46}$ sorozatot. Továbbá adjuk meg az $\inf a_n$ és $\sup a_n$ értékeket. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n+2}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n-5}{3n+2}\right)^{5n-1}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} \frac{z}{\sqrt{1-z^2}}dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{1+2u}{1-u^2}du.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat monoton csökkenő *5pt*

(ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f–nek helyi minimuma van x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$. *5pt*

(v) A korlátos E számhalmaz szuprémuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

20010.01.13. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint es formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^2+2}$ deriváltját az $a = 2$ helyen. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{5^n + 2^n - 3}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{3-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \ln|x+1| - \dfrac{x}{x+1}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^\infty z^{-3/2} \ln z dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^2 \frac{2}{x^2+3x+3} dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat konvergál 3–hoz.(részletesen!) *5pt*

(ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f konkáv $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-2} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) f integrálható. (részletesen!) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.13. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y)=\sqrt{\sin x \sin y}$ függvény értelmezési tartományát. *18pt*
2. Oldjuk meg $2xe^y+\dfrac{1}{x}+(x^2e^y+2y)y'=0$, $y(1)=0$. *18pt*
3. Oldjuk meg $y''-y'-2y=e^x+4x$, $y(0)=1$. *18pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L 2yx\;dx+x^2\;dy$ –t, ahol L a $(4,1)$, $(0,-3),(1,3)$ és $(4,2)$ pontokat összekötő törtszakasz. *18pt*
5. A megfelelő sorfejtés segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_0^1 \sqrt[7]{1+x^3}$ értékét. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2-3n}{2n+3}$ sorozatot. Továbbá adjuk meg az $\inf a_n$ és $\sup a_n$ értékeket. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^{2n}-4^n}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\cdot\sin\frac{3}{n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{\ln z}{\sqrt{z}}\, dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 \frac{1-u}{1+u^2}\, du.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a}dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat határértéke 1. *5pt*

(ii) Az f függvény monoton csökkenő $[a, b]$–n. *5pt*

(iii) f–nek helyi minimuma van x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$. *5pt*

(v) Az f függvény integrálközepe. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

20010.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3$, $a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+n} - n}{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to\infty} x^2 4^{-x}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{1+x}{1-x}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^\infty \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 1}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^2 \frac{x}{e^{2x}} dx.$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a} dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1),$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat konvergál 3–hoz.(részletesen!) *5pt*

(ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

(iii) f konkáv $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) f integrálható. (részletesen!) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.01.20. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2-n}{(x+3)^{n+1}}$ sort. *18pt*
2. Oldjuk meg $\cos x - x\sin x + (x-\cos y)y' = -y$, $y(0)=\pi/2$. *18pt*
3. Oldjuk meg $xy' + y = x\ln x$. *18pt*
4. Határozzuk meg $\int_L x^2\ dx - \ dy$ –t, ahol L az $O(0,1)$ középpontú, egység sugarú körvonal $A(-1,1)$ és $B(0,0)$ pontjait negatív irányban összekötő körív. *18pt*
5. Határozzuk meg $\int_H \int (x-y)dxy$ –t, ahol H a $(2,1),(4,1)$ és $(7,-2)$ pontok által meghatározott háromszög. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.05.17. Analízis NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) = x^2\sqrt{y+2}$ függvény $P(1,3)$ pontbeli parciális deriváltjait. *18pt*
2. Oldjuk meg $\operatorname{tg} x\ dy - y\ dx = 0,\ \ y(\pi/4) = \sqrt{2}$. *18pt*
3. Határozzuk meg $\int_L (\bar{z} + z - 2i)\ dz$ –t, ahol L az $A = i$, $B = -1$ pontokat összekötő negyedkörív és a $B = -1$, $C = -i$ pontokat összekötő szakasz. *18pt*
4. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 4y = 4e^{-2x} - 8\sin 2x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$. *18pt*
5. Adjuk meg a két lehetséges integrálását a $\int\int_H (3x - y)\ dxy$–nak, ahol H a $(0,0), (2,0)$ és $(1,1)$ pontok által kijelölt háromszög, majd az egyiket számoljuk is ki. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.06.02. Analízis NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x, y) = \sqrt{x + y^2}$ függvénynek a $P(2, 1)$ pontban az $u(1, -3)$ irányban vett iránymenti deriváltját. *18pt*

2. Az integrálkritérium segítségével becsüljük meg $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 5n + 3}$ értékét. *18pt*

3. Határozzuk meg $\int_L \left(\frac{Im\ z}{z} + z^2 - 2i \right) dz$ értékét, ahol L az $A_1 = -1$, $A_2 = i$ és $A_3 = 1$ pontokat összekötő tört szakasz. *18pt*

4. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - y' - 2y = e^x + 4x$, $y(0) = y'(0) = 1$. *18pt*

5. Határozzuk meg $f(x) = chx$, $-\pi \leq x \leq \pi$ –nek a Fourier-sorát. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2010.06.09. Analízis NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = ye^{x+3}$ függvény szélsőértékeit a $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ és a $(1,1)$ pontok által meghatározott zárt négyszögön. *18pt*
2. Oldjuk meg $y^2dx = (xy - x^2)dy,\ y(1) = 1$. *18pt*
3. Határozzuk meg $\oint_L \frac{3z - \cos z}{z^2+4} dz$ integrált, ahol L az origó középpontú, 3 sugarú pozitív irányítású körvonal . *18pt*
4. Ábrázoljuk a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2z-3+i)^{n+3}}{3^n - 4i}$ függvénysor konvergencia tartományát. *18pt*
5. Határozzuk meg $\int_H \int (x+y)\, dxy$ értékét, ahol H a $(0,1)$, $(-1,0)$ és a $(0,-1)$ pontok által meghatározott háromszög. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.06.16. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Konvergencia szempontjából vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2-n+1}(3x-1)^{2n+1}$ függvénysort. *18pt*
2. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 4y = 3e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$. *18pt*
3. Határozzuk meg $f(x,y) = x + y + 2$–nek az $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ feltétel melletti szélsőértékeit. *18pt*
4. Határozzuk meg $\int_L (|z|^2 - i)dz$ –t, ahol L a $-i$ középpontú, $r = 2$ sugarú körnek az $A = i$, $B = -3i$ pontjait negatív irányban összekötő fél körív ($A \to B$). *18pt*
5. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_0^{1/2} \sqrt[3]{x^2+1}dx$ értékét. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.06.23. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Az integrálkritérium segítségével, 10^{-2} pontossággal becsüljük meg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+4}$ értékét. *18pt*
2. Oldjuk meg $\frac{dx}{2\sqrt{x-y}} = \frac{4\sqrt{x-y}+1}{2\sqrt{x-y}}dy$, $y(2)=1$. *18pt*
3. Legyen $f(x) = 1$, ha $-\pi \le x \le -\pi/2$ és $f(x) = -1$, ha $-\pi/2 < x < \pi$. Határozzuk meg $f(x)$ Fourier–sorát. *18pt*
4. Határozzuk meg $\int_L (z\overline{z} + 3z + 2 - i)dz$ –t, ahol L a $-i$ középpontú, $r = 2$ sugarú körnek az $A = i$, $B = -3i$ pontjait negatív irányban összekötő fél körív ($A \to B$). *18pt*
5. Adjuk meg az $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$–nek a $z_0 = i$ pont körüli Laurent-soraiban szereplő c_{-3}, c_{-1} és c_2 együtthatókat. *18pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**