2008.12.17. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Monotonitás szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-4}{3n+2} - 1$ sorozatot. *5pt*

2. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = -\ln(3x-1) + 2$ függvényt. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7^n - 3^n + 1}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n-2}\right)^n, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1^-} 2^{\frac{1}{x+1}}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 z^2 \ln z dz, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{1-u}{1-u^2} du, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^1 \frac{2}{x^2+3} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) Az (a_n) sorozat határértéke $-\infty$. *5pt*

   (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

   (iii) f–nek helyi maximuma van x_0–ban. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) A korlátos E számhalmaz infimuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.05.19. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - xy}{x^2 + y^2}$ határértéket. *8pt*
2. Definíció alapján határozzuk meg az $f(x, y) = 3xy^2$ függvény $P(0, 1)$ pontbeli, $u(-3, 1)$ iránymenti deriváltját. *8pt*
3. Oldjuk meg $xy' = y^2 - y$. *8pt*
4. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
5. Határozzuk meg $\int_L (|z| - 2i)dz$ –t, ahol L az $A = 3 - i$, $B = 1 + 2i$, pontokat összekötő szakasz. *11pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' = y' + e^{2x} + 2y$, $y(0) = y'(0) = 0$. *14pt*
7. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n2^n - 1}(3x + 2)^n$. *14pt*
8. Határozzuk meg $f(z) = \frac{1}{z - 2i}$–nek a $P = 1 + i$ pont körüli Laurent–sorait. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2006.12.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \ln \frac{x-6}{x+8}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2-3n+1}{n^3+5n-17} = 0$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{27}-1}{\sqrt[n]{9}-1}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n-3}{3n+5}\right)^{6-2n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \frac{x}{e^x(x-1)}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{1}{x^2+x+3}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 u^2 \sin u du, \qquad \text{(iii)} \int_{-3}^4 \frac{x^2+2x-3}{\sqrt{x}}dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) k legnagyobb alsó korlátja E ($\subset \mathbb{R}$)–nek. *5pt*
   - (ii) f differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$. *5pt*
   - (v) f egyenletesen folytonos $[a; b]$–n. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tíltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.05.27. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $\ln \dfrac{x^2 - xy}{x^2 + y^2}$ függvény értelmezési tartományát. *8pt*
2. Határozzuk meg az $f(x, y) = 3xe^{y^2 \sin x}$ függvény $P(0, 1)$ pontbeli, $u(-2, 2)$ iránymenti deriváltját. *8pt*
3. Oldjuk meg $xy' = y - x$. *8pt*
4. Oldjuk meg $\dfrac{dx}{2\sqrt{x-y}} - \dfrac{4\sqrt{x-y}+1}{2\sqrt{x-y}}dy = 0.$ *11pt*
5. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L (|z| + 3 - 2i)dz$ –t, ahol L az $A = -i$, $B = 1 - 2i$, pontokat összekötő szakasz. *11pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' + 2y' + 5y = 3e^{-x} \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$. *14pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n - 3n}{(3x + 2)^n}$. *14pt*
8. Határozzuk meg $f(z) = \dfrac{z-1}{z+2i}$–nek a $P = 1 - i$ pont körüli Laurent–sorait. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.21. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgaljuk az $a_n = \dfrac{n-1}{5n+1}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+3n-1}{2n-213} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to -1} 2^{\frac{x}{x+1}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} n \operatorname{tg} \frac{3}{n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4x}}{2-x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \sin^5 t \cos t dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty \frac{x}{e^x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 \frac{2x}{x^2-4x-5} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A és a B halmazok számossága azonos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*
   - (v) f integrálközepe. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tíltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.06.03. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Ábrázoljuk az $\ln \dfrac{x^2+xy}{x^2-y^2}$ függvény értelmezési tartományát. *8pt*
2. Határozzuk meg az $f(x,y) = x\,\mathrm{tg}\,y - e^{xy^2}$ függvény $P(1,0)$ pontbeli, $u(1,1)$ iránymenti deriváltját. *8pt*
3. Oldjuk meg $xy' = 2y + x$. *8pt*
4. Oldjuk meg $\left(2xy + \dfrac{1}{x^2+1}\right)dx - \left(\dfrac{1}{y} - x^2\right)dy = 0$. *11pt*
5. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L (z+3-2i)dz$ –t, ahol L a $-2i$ középpontú, $r=1$ sugarú körnek az $A=-i$, $B=1-2i$ pontjait összekötő negyed körív $(A \to B)$. *11pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' + 4y = e^{-x}\cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. *14pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3^n}{(2x-3)^n}$. *14pt*
8. Határozzuk meg $f(z) = \dfrac{2z-1}{z+2i}$–nek a $P = 1+i$ pont körüli Laurent–sorait. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.01.03. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \arcsin(2x-5)$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-3n+1}{n^2+5n-17} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7^n - n^2}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2-3}\right), \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln x$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{t^2}{t^3+3} dt, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 u \cos u du, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{5x-12}{x^2-5x+6} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) k legkisebb felső korlátja E $(\subset \mathbb{R})$–nek. *5pt*
   (ii) H megszámlálhatóan végtelen számosságú. *5pt*
   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat konvergál a–hoz. *5pt*
   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*
   (v) f monoton csökkenő $[a;b]$–n. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.06.10. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Igazoljuk, hogy $u(x,y) = x^2 - 5xy + 3y - y^2$ függvény harmonikus, majd adjuk meg a harmonikus társát, $v(x,y)$–t. *10pt*
2. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{-x}^{x^2} f(x,y)dy \right) dx$ esetén ábrázoljuk az integrálási tartományt, majd cseréljük fel az integrálási sorrendet . *10pt*
3. Oldjuk meg $(1-x^2)y'' + 2xy' = 0$. *10pt*
4. Oldjuk meg $2xy + \dfrac{1}{x^2+1} = \left(\dfrac{1}{y} - x^2 \right) y'$. *12pt*
5. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L (z-i)dz$ –t, ahol L a $-i$ középpontú, $r = 2$ sugarú körnek az $A = i$, $B = -3i$ pontjait összekötő fél körív (pozitív irányban $A \to B$). *12pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 4y = 3e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$. *12pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n - n!}{n^2 - (n+1)!}(x-3)^{2n}$. *12pt*
8. Határozzuk meg $f(z) = \dfrac{2z}{z+2i}$–nek a $P = 3 - i$ pont körüli Laurent–sorait. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.06.17. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Igazoljuk, hogy $u(x,y) = x^2 - 5xy + 3y - y^2$ függvény harmonikus, majd adjuk meg a harmonikus társát, $v(x,y)$–t. *10pt*
2. $\int_0^1 \left(\int_{-x}^{x^2} f(x,y)dy \right) dx$ esetén ábrázoljuk az integrálási tartományt, majd cseréljük fel az integrálási sorrendet . *10pt*
3. Oldjuk meg $(1-x^2)y'' + 2xy' = 0$. *10pt*
4. Oldjuk meg $2xy + \frac{1}{x^2+1} = \left(\frac{1}{y} - x^2\right) y'$. *12pt*
5. Határozzuk meg $\int_L (\overline{z} - i)dz$ –t, ahol L a $-i$ középpontú, $r = 2$ sugarú körnek az $A = i$, $B = -3i$ pontjait összekötő fél körív (pozitív irányban $A \to B$). *12pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 4y = 3e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$. *12pt*
7. Hol konvergens $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot n!}{n^2 - (n+1)!}(x-1)^{2n+1}$. *12pt*
8. A binomiális sor segítségével becsüljük meg $\int_0^{1/2} \sqrt[3]{x^2+1}dx$ értékét. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.19. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2+x-2}}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-3n+1}{5n-17} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n}-n}{\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{1}{x^2-4}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{2u+3}{2+3u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_e^\infty xe^{-x^2/2}dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) konvergál a–hoz. *5pt*
   - (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$. *5pt*
   - (v) Az $[a, b]$ intervallum beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.06.24. Anal. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Igazoljuk, hogy $u(x,y) = x^2 - 5xy + 3y - y^2$ függvény harmonikus, majd adjuk meg a harmonikus társát, $v(x,y)$–t. *10pt*
2. Határozzuk meg $\int_A\int x \sin xy dxy$ –t, ahol A az $x = 0$, $x = \pi/2$, $y = 0$ és az $y = 1$ egyenletű egyenesek által határolt téglalap. *10pt*
3. 2 tizedesjegy pontossággal becsüljük meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ számsor összegét. *10pt*
4. Oldjuk meg $yy'' + (y')^2 = 0$. *12pt*
5. Határozzuk meg $\int_L (\overline{z} - i)dz$ –t, ahol L a $-i$ középpontú, $r = 2$ sugarú körnek az $A = i$, $B = -3i$ pontjait összekötő fél körív (pozitív irányban $A \to B$). *12pt*
6. Laplace–transzformációval oldjuk meg $y'' - 4y = 3e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$. *12pt*
7. Hol konvergens $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n^3-4}(x-1)^{2n+1}$. *12pt*
8. A binomiális sor segítségével becsüljük meg $\int_0^{1/2} \sqrt[3]{x^2+1}dx$ értékét. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.16. Kalkulus I. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $a_1 = 3$, $a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 4}$ rekurzív sorozat határértékét. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ $a = 1$ pont körüli harmadrendű Taylor–polinomját. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^5 + n^3 - 2n}{n^4 + n^2 - 33}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} n \sin\frac{2}{n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} x^3 2^{-x+1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^2 \frac{3}{z^2} \cos\frac{1}{z} dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 \frac{5}{\sqrt{4 - x^2}} dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^1 \frac{x - 2}{x^2 - 4x - 5} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) (a_n) határértéke ∞. *5pt*

   (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) f folytonos az x_0 pontban. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.16. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{n^2+n+1}{2n-3}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-2n+2}{n^3-5n+26} = 0.$ *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+2n}}{1-\sqrt{n}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{5^n-3^n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2 x$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} 5x^2(x^3+7)^8 dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \ln x dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^{1} \frac{3-x}{x^2+4}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A számhalmaz felülről korlátos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozatnak A torlódási pontja. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. *5pt*
   - (v) f integrálható. (részletesen!) *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.16. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^{y+1} - y\sqrt{1 - y \ln x}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg $\lim\limits_{(x,y)\to(\infty,1)} \dfrac{x^2 - y^2}{2^x + y^2}$. *7pt*
3. Legyen $f(x,y) = \operatorname{arctg}(x^2 y)\sqrt{2x - y}$, határozzuk meg a $P(1,1)$ pontban, az $u(1,-1)$ irányban vett deriváltat. *7pt*
4. Konvergens–e $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{(2n-1)(n-2)! - 5}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = (x-1)^2 - 2y^2$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
6. Határozzuk meg $\int_L xydx + \operatorname{tg} x dy$ –t, ha L a $P_1(-2,2)$ és $P_2(1,4)$ pontokat összekötő szakasz. *11pt*
7. Hol konvergens $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2n-1}{n^3+2}(x-3)^{2n+1}$. *13pt*
8. Oldjuk meg $(1 - x^2)y'' + 2xy' = 0$. *13pt*
9. Oldjuk meg $y'' - 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. *14pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.22. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2+x-2}}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-3n+1}{n-17} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n}-n}{\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{1}{x^2-4}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{2u+3}{2+3u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_e^\infty xe^{-x^2/2}dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) konvergál a–hoz. *5pt*
   - (ii) f diiferenciálható az $a=2$ pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to0} f(x) = \infty$. *5pt*
   - (v) Az $[a,b]$ intervallum beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.22. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $a_1 = 2$, $a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 1}$ rekurzív sorozat határértékét. *5pt*

2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x) = x^2 - 3x$-nek a deriváltja $f'(x) = 2x - 3$. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to 1}\left(\frac{2}{1-x} - \frac{4}{1-x^4}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{2^n+1}{3^n-n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty}\frac{\cos x + 4}{1 - \ln x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 t^2\sin(t^3-5)dt, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{1-3u}{u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{1}{x^{2/3}}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) Az A halmaz számossága véges. *5pt*

   (ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$. *5pt*

   (v) k felső korlátja az E számhalmaznak. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.22. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y)=\sqrt{1-\ln(9-x^2-y^2)}$ függvény értelmezési tartományát. *7pt*

2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x,y)=x^2y-y$ esetén $f'_x(x,y)=2xy$ és $f'_y(x,y)=x^2-1$. *7pt*

3. Határozzuk meg az $f(x,y)=xe^{x-y}-\cos xy$ függvénynek a $P(2,0)$ pontban, $u=(3,-1)$ irányban vett deriváltját. *7pt*

4. Cseréljük fel az integrálási sorrendet $\int_0^1\left(\int_{-x}^{x^2} f(x,y)dy\right)dx$ *7pt*

5. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-3}{5^{n-2}}$ sor összegét. *10pt*

6. Határozzuk meg $\int_L x^2dx+xydy$ –t, ha L a $P_1(2,3)$ és $P_2(1,0)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*

7. Oldjuk meg $xdy-(y^3-y)dx=0$, $y(2)=1$. *12pt*

8. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-3}{n^2+3}(2x+3)^n$. *14pt*

9. Az $\sum_{n=0}^{\infty}x^n=\frac{1}{1-x}$, $|x|<1$, összefüggés alapján határozzuk az $f(x)=\frac{x^3}{1+x^2}$ és $g(x)=\frac{x^4+3x^2}{(1+x^2)^2}$ függvények 0 pont körüli hatványsorát. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.29. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{1 - \ln(9 - x^2 - y^2)}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg az $y = x^3 - 4x^2 + 3x$ és $y = 0$ által határolt zárt síkrész területét. *7pt*
3. Legyen $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$, határozzuk meg az $f'_x(0,3)$–t. *7pt*
4. Konvergens–e $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n - 3}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = (1 + e^x)\cos y - xe^x$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L \sin y dx + y dy$ –t, ha L a $P_1(-3,3)$ és $P_2(-1,0)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{n^2 + 3}(x-1)^n$. *12pt*
8. Oldjuk meg $xdy - (y^3 - y)dx = 0$, $y(2) = 1$. *14pt*
9. Oldjuk meg $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Oldjuk meg $\dfrac{2x+1}{4-x} \geq 1$. *5pt*
2. Mutassuk meg, hogy az $a_n = \dfrac{1-2n}{n+1}$ sorozat korlátos. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{3n^3-2n+1}{2n^2+5n+7}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{8}-1}{\sqrt[n]{2}-1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-3x+2}{x-2}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2|x|$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 z\sqrt{z^2+1}\,dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 x\ln x\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 \frac{dx}{x^2+7x+10}.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) monoton csökkenő. *5pt*
   - (ii) f differenciálható az $a=2$ pontban. *5pt*
   - (iii) Az f integrálfüggvénye (részletesen). *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 2} f(x) = \infty$. *5pt*
   - (v) Darboux–féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris függvénytranszformációk segítségével ábrázoljuk a $\sqrt{2x-3}$ függvényt. *5pt*

2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x)=\sqrt{x+2}$ esetén $f'(7)=1/6$. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{\sqrt{x-2}},\qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{5^n-3^n+12},\qquad \text{(iii)}\ \lim_{x\to 0^-} xe^{1/x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=(x-5)^3\sqrt{x^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)}\ \int_0^1\frac{dx}{x\ln^2 x},\qquad \text{(ii)}\ \int_1^2\frac{dz}{\sqrt{4z-z^2-3}},\qquad \text{(iii)}\ \int_0^\pi x\sin x\,dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) Az A halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen. *5pt*

   (ii) Az f függvény lineárisan közelíthető az $x_0=3$ pontban. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ határértéke $-\infty$. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x)=3$. *5pt*

   (v) f monoton nő az I intervallumon. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.06. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $f(x,y,z) = ze^{3y-x^2} + y \operatorname{arctg}(x^2 - 2y)$ esetén f'''_{xyz}–t. *8pt*
2. Határozzuk meg $\int\int_A (x^2 + 2y)dxy$–t, ahol A az $x = 0$, $y = 0$, és $x + 2y = 2$ által határolt zárt síkrész. *8pt*
3. Határozzuk meg $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{2xy}{x^2 + y^2}$ –t. *8pt*
4. Határozzuk meg a $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{-3}{n^2 + 5n + 4}$ sor összegét. *8pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x + y + 2$ függvény $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ feltétel melletti szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_L \ln(2 + x)dx - xdy$ –t, ha L a $P_1(3,4)$ és $P_2(1,3)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Becsüjük meg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2 + n}$ éerékét. *12pt*
8. Oldjuk meg $(2x - y)dx - (1 - x)dy = 0$. *12pt*
9. Oldjuk meg $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ *14pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.13. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $a_1 = 7$, $a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 3}$ rekurzív sorozat határértékét. *5pt*

2. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk $f(x) = \ln(1 - 5x)$ –et. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^3 - 2n + 1}{n^4 - 3n^2 + 4}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{27} - 1}{\sqrt[n]{9} - 1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+1}{2n-1}\right)^{n+1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} \frac{z}{\sqrt{z^2+3}} dz, \qquad \text{(ii)} \int_{1}^{2} \frac{x}{\sin^2 x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^{2} \frac{x}{x^2 + x - 6} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) (a_n) határértéke $-\infty$. *5pt*

   (ii) f monoton csokkenő az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-2} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.13. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgaljuk az $a_n = \dfrac{2n-1}{5n-31}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-3n-1}{4n-213} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to -1^-} 3^{\frac{x+2}{x+1}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{n-2}{\sqrt{n^2+1}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{4}\,\mathrm{tg}\,\frac{3}{n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4x}}{2-x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \sin^5 t \cos t dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty \frac{x}{e^x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 \frac{2x}{x^2-4x-5} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A és a B halmazok számossága azonos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az $x = 5$ pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke -5. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*
   - (v) f–nek helyi minimuma van az $x = -2$ pontban. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.13. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x, y) = 2x^{2y} - e^{\sqrt{1-y^2 \ln x}}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,\infty)} \frac{x^2 + y^2}{x - y^2}$. *7pt*
3. Legyen $f(x, y) = \sqrt{2x - y}$, határozzuk meg az $u(0, -2)$ irányban vett deriváltat a $P(1, 2)$ pontban. *7pt*
4. Konvergens–e $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^{n-3} - 1}{(2n - 1)!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L 2xydx + x^2dy$ –t, ha L a $P_1(-2, 0)$ és $P_2(1, 4)$ pontokat összekötő szakasz. *11pt*
7. Sorfejtés segítségével becsüljük meg $\ln \frac{27}{8}$ értékét. *13pt*
8. Oldjuk meg $y'' \sin x \cos x - y' = 0$, $y(0) = 1$, $y'(\pi/4) = 0$. *13pt*
9. Oldjuk meg $y^2 = y'(xy - x^2)$. *14pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $a_1 = 2$, $a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 4}$ rekurzív sorozat határértékét. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = xe^{-x^2}$ $a = 0$ pont körüli harmadrendű Taylor–polinomját. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^4 - n^3 + 2}{n^4 + n^2 - 3}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} \sin\frac{4}{n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} x^2 3^{-x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{\ln^{2/3} x}{x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 \frac{1}{z^2} \sin\frac{1}{z} dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 \frac{3}{7 + 2x^2} dx, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{5x - 2}{x^2 - 4x - 5} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) (a_n) határértéke ∞. *5pt*

   (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) f folytonos az $a = 2$ pontban. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgaljuk az $a_n = \dfrac{-7n+7}{n+2}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n-1}{2n+3} = \dfrac{3}{2}$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+2n}}{2-\sqrt{n}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^n-2^n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x + e^{-1/x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} x^2(x^3-9)^{15}dx, \qquad \text{(ii)} \int_{0}^{1} x^2 \ln x dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2-4}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A számhalmaz felülről korlátos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat divergál végtelenhez. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. *5pt*
   - (v) f–nek globális maximuma van az $a = 1$ pontban. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2009.01.20. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^y + y\sqrt{1-y^2x}$ függvény totális differenciálját. *8pt*
2. Határozzuk meg $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4-y^3}{x^2+y^3}$. *8pt*
3. Legyen $f(x,y) = x^2y\sqrt{2x-y}$, határozzuk meg az $u(1,-1)$ irányban vett deriváltat a $P(1,0)$ pontban. *8pt*
4. Sorfejtés segítségévek becsüljük meg $\sqrt[3]{3}$ értékét. *8pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L y\,dx + \operatorname{tg} x\,dy$ –t, ha L a $P_1(0,2)$ és $P_2(1,4)$ pontokat összekötő szakasz. *11pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(2n+1)\sqrt{n+1}}$. *12pt*
8. Oldjuk meg $(x-y)dy = (x+y)dx$. *12pt*
9. Oldjuk meg $y'' + 4y = 2\sin 2x$. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**