2007.05.29. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{2-x}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = x^2 \ln x + 2$ –nek az $x = 1$ koordinátájú pontjába húzott érintő egyenletét. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^4 - 2n^5 + 3n}{3n - n^6}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n+1}{3n-5}\right)^{3-2n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x+4}{2x-1}\right)^{-x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 2^{3-5x} dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty x e^{-x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{3}{x^2 - x - 2} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) f–nek helyi maximuma van az x_0 pontban. *5pt*

   (ii) f differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) f korlátos $[a; b]$–n. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.05.29. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}$ értelmezési tartományát. *7pt*
2. Definíció alapján határozzuk meg az $f(x,y) = x^2y^3$ függvény $P(2,1)$ pontbeli, $u(-1,1)$ iránymenti deriváltját. *7pt*
3. Határozzuk meg f'''_{xyz}–t, ahol $f(x,y,z) = x^2ze^{-zy} - \ln(z\sin xy)$. *7pt*
4. Oldjuk meg $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_{y/2}^1 e^{x^2} dx \right) dy$ *7pt*
5. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 4^{n+1}}{2 \cdot 5^{2+n}}$ sor összegét. *10pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L y^2dx - xydy$, ahol L a $P_1(2,3)$, $P_2(0,0)$ és $P_3(-2,-2)$ pontokat köti össze. *10pt*
7. Oldjuk meg $y' - xe^y = 2e^y$, $y(0) = 0$. *12pt*
8. Határozzuk meg $f(x,y) = 4xy - y^4 - x^4$ szélsőértékeit. *14pt*
9. Határozzuk meg e^{-x^2} Maclaurin-sorát, és ennek segítségével becsüljüg meg az $\int_0^1 e^{-x^2}dx$ integrált. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.05.29. Analízis mi. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 \ln y$–nek az $(1,2)$ ponntban, az $(1,-4)$ iránybanban vett deriváltját. *7pt*
2. Legyen $f(z) = zRez$, határozzuk meg $f'(0)$–t. *9pt*
3. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét $\int_0^2 \int_{-2+\sqrt{2y-y^2}}^{-\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dxdy$ esetén. *9pt*
4. Adjuk meg $f(x) = e^x$, $(|x| < \pi)$ Fourier–sorának első "két" tagjának összegét (a_0, a_1, b_1). *9pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_\gamma Imzdz$–t , ahol γ a $z = 1 - i$, $z = 2 + i$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $y'' - 4y' - 5y = 5x^2 - \sin x$. *12pt*
8. Határozzuk meg f–et, ha $L[f](p) = \dfrac{p}{(p-1)^2}$. *12pt*
9. Határozzuk meg $f(z) = 1/z$ függvény $z_0 = 1 + 3i$ helyhez tartozó Laurent-sorait. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.05. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-8}}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-3n+1}{n^2+5n-17}=2.$ *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2+n}-n}{\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=\sqrt[3]{\frac{x^2}{1-x^2}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^e \ln x^x\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty x^2e^{-x}dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{3}{x^2-x-2}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az f függvény lineárisan közelíthető az x_0 pontban. *5pt*

(ii) Az f függvény egyenletesen folytonos az I intervallumon. *5pt*

(iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to -1^+} f(x)=\infty$. *5pt*

(v) Az $[a;b]$ intervallumon integrálható f függvény integrálközepe. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.05. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2-9}}{\sqrt{x^2-y^2-2}}$ értelmezési tartományát. *7pt*
2. Becsüljük meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \dfrac{5}{n^2+n-6}$ sor összegét. *10pt*
3. Határozzuk meg az $y = x^2+1$ és az $y = x+3$ görbék által határolt zárt síkidom területét. *10pt*
4. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét $\int_1^2 \int_{1-2x}^1 f(x,y)dydx$ esetén. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty} \dfrac{n \ln n}{3^n-1}(2x-1)^n$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_L y^2dx - xydy$, ahol L a $P_1(-2,3)$, $P_2(0,1)$ és $P_3(2,-2)$ pontokat köti össze. *10pt*
7. Oldjuk meg $(4x^3+y)dx + (2y+x)dy = 0$, $y(0) = 1$. *10pt*
8. Határozzuk meg $f(x,y) = \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{24}y^3 - \frac{1}{32}y^4 - x^2$ szélsőértékeit. *11pt*
9. A $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \dfrac{1}{1-x}$, $|x| < 1$, összefüggés alapján határozzuk az $f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$ és $g(x) = \dfrac{x^4+3x^2}{(1+x^2)^2}$ függvények 0 pont körüli hatványsorát. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.05. Analízis mi. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 \ln xy$–nek az $(1,2)$ ponntban, az $(1,-4)$ iránybanban vett deriváltját.

   7pt

2. Legyen $f(z) = zRez$, határozzuk meg $f'(z)$–t. *10pt*
3. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét $\int_0^2 \int_{-2+\sqrt{2y-y^2}}^{-\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dxdy$ esetén. *10pt*
4. Adjuk meg $f(x) = xe^x$, $(|x| < \pi)$ Fourier–sorának első "két" tagjának összegét (a_0, a_1, b_1). *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n + 1}{n2^n - 1}(3x+2)^n$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_\gamma Imzdz$–t , ahol γ a $z = 1 - i$, $z = 2 + i$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $y'' - 4y' - 5y = 5x^2 - \sin x$. *11pt*
8. Határozzuk meg f–et, ha $L[f](p) = \frac{p}{(p-1)^2}$. *11pt*
9. Határozzuk meg $f(z) = 1/z$ függvény $z_0 = 1 + 3i$ helyhez tartozó Laurent-sorait. *11pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.12. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y) = \arcsin \dfrac{2y}{x^2+y^2-1}$ értelmezési tartományát. *8pt*
2. Becsüljük meg a $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5}{n^2+n-6}$ sor összegét. *10pt*
3. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x,y) = xy^2$ esetén $f'_y(x,y) = 2xy$. *10pt*
4. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét $\displaystyle\int_0^2 \int_{-2+\sqrt{2y-y^2}}^{-\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)\,dxdy$ esetén. *10pt*
5. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2 3^n - n + 3}(2x+1)^n$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L y^2dx + (2xy - \sin y)dy$, ahol L a $P_1(-2,1)$, $P_2(0,3)$ és $P_3(2,2)$–t köti össze. *10pt*
7. Oldjuk meg $2yy' - y'' = 0$. *10pt*
8. Oldjuk meg $y'\cos x + y \sin x = 1,\ y(0) = 1$. *10pt*
9. A $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$, $|x| < 1$, összefüggés alapján határozzuk az $f(x) = \dfrac{1}{1+2x}$ és $g(x) = \ln(1+2x)$ függvények 0 pont körüli hatványsorát. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.12. Analízis mi. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\int_L y^2dx - xydy$–t, ahol L a $P_1(-2,3)$, $P_2(0,1)$ pontokat köti össze. *7pt*
2. Legyen $f(z) = z^2 Re z$, határozzuk meg $f'(z)$–t. *10pt*
3. Határozzuk meg $f(x,y) = \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}$ határértékét az origóban. *10pt*
4. Határozzuk meg $f(x,y) = \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{24}y^3 - \frac{1}{32}y^4 - x^2$ szélsőértékeit. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n}{2^{n-3}n^n}(5x-2)^n$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_\gamma e^{iz}dz$–t , ahol γ a $z = 4-2i$, $z = 2+i$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $(4x^3+y)dx + (2y+x)dy = 0$, $y(0) = 1$. *11pt*
8. Igazoljuk, hogy $L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}$. *11pt*
9. Határozzuk meg $f(z) = 1/(z-i)$–nek a $z_0 = 1-3i$ helyhez tartozó Laurent-sorait. *11pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.19. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y) = |xy|$ néhány szintvonalát. *8pt*
2. Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5}{n^2+n-6}$ sor összegét. *10pt*
3. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x,y) = xy^2 - \sqrt[3]{y}$ esetén $f'_y(x,y) = 2xy - \frac{1}{3}y^{-2/3}$. *10pt*
4. Számoljuk ki $\int_0^1 \int_0^{\pi/2} x \sin xy dx dy$ –t. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n!}{2^n+3}(2x+1)^{2n-1}$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_L dx + (2xy - \sin y)dy$, ahol L a $P_1(-2,1)$, $P_2(0,3)$ pontakat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $2yy'' - (y')^2 = 0$. *10pt*
8. Határozzuk meg az $f(x,y) = (1+e^x)\cos y - xe^x$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
9. Határozzuk meg az $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$ görbe ívhosszát. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.19. Analízis mi. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\oint_\gamma 2ydx - xdy$–t, ahol γ a $P_0(-2,3)$ középpontú, egység sugarú körív. *7pt*
2. Legyen $f(z) = \overline{z}Rez$, határozzuk meg $f'(z)$–t. *10pt*
3. Határozzuk meg $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2}$ határértékét az origóban. *10pt*
4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{e^{n-3}}(x-2)^{2n-1}$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_\gamma i\overline{z}dz$–t , ahol γ a $z = 4 - 2i$, $z = 2 + i$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $2yy' - y'' = 0$. *11pt*
8. Igazoljuk, hogy $L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}$. *11pt*
9. Határozzuk meg $f(z) = 1/(z-i) + 1/(z+3)$–nek a $z_0 = 0$ helyhez, $r < 2$ tartományhoz tartozó Laurent-sorát. *11pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.08.28 Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x+6}{x^2-2x-8}}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-3n+1}{2n^2+5n-17}=\dfrac{1}{2}$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-2n}-n}{\sqrt{n^2+n-1}-\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^{2n+1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=\sqrt[3]{\frac{x^2}{1-x^2}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^e \ln x^x\,dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty x^2e^{-x}dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{3}{x^2-x-2}dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az f függvény lineárisan közelíthető az x_0 pontban. *5pt*

(ii) Az f függvény egyenletesen folytonos az I intervallumon. *5pt*

(iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-1^+}f(x)=\infty$. *5pt*

(v) Az $[a;b]$ intervallumon integrálható f függvény integrálközepe. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.28. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Ábrázoljuk az $f(x,y) = x^2|y|$ néhány szintvonalát. *8pt*
2. Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5}{n^2+n-6}$ sor összegét. *10pt*
3. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x,y) = xy^2 - \sqrt[3]{y}$ esetén $f'_y(x,y) = 2xy - \frac{1}{3}y^{-2/3}$. *10pt*
4. Számoljuk ki $\int_0^1 \int_0^{\pi/2} x^2 \sin xy dx dy$ –t. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^n - 1}{2^{2n+1}+3}(2x+1)^{2n-1}$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_L dx + (2xy - \sin y)dy$, ahol L a $P_1(-2,1)$, $P_2(1,3)$ pontakat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $2yy'' - (y')^2 = 0$. *10pt*
8. Határozzuk meg az $f(x,y) = (1+e^x)\cos y - xe^x$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
9. Határozzuk meg az $y = -x + 4$, $y = 2$ és $x = 1$ egyenesek által meghatározott zárt síkrész x–tengely körüli megforgatásával keletkező test térfogatát. *12pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.06.19. Analízis mi. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\oint_\gamma 2ydx - xdy$–t, ahol γ a $P_0(-2,-3)$ középpontú, egység sugarú körív. *7pt*
2. Legyen $f(z) = \overline{z} Re z$, határozzuk meg $f'(z)$–t. *10pt*
3. Határozzuk meg $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2}$ határértékét az origóban. *10pt*
4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
5. Hol konvergens $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{e^{n-3}}(x-2)^{2n-1}$. *10pt*
6. Határozzuk meg $\int_\gamma i\overline{z}dz$–t , ahol γ a $z = 3-2i$, $z = 2+i$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $2yy' - y'' = 0$. *11pt*
8. Igazoljuk, hogy $L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}$. *11pt*
9. Határozzuk meg $f(z) = 1/(z-i) + 1/(z+3)$–nek a $z_0 = 0$ helyhez tartozó Laurent-sorait. *11pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.17. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg $f(x)=\sqrt{\dfrac{1}{9-x}-1}$–nek az értelmezésitartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-n+3}{n^2+7}=2$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{\operatorname{tg} x}\right),\qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+1}{n^2-2}\right)^n,\qquad \text{(iii)}\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2+4}{2x\ln x-1}\right)^{-2}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x)=\dfrac{x}{e^x(x-1)}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)}\ \int_{-2}^{1} z^2(z^3-5)^7\,dz,\qquad \text{(ii)}\ \int_1^2 \frac{u}{e^u}\,du,\qquad \text{(iii)}\ \int_0^1\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x-3}\right)dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*
   - (ii) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton csökkenő. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy–sorozat. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$. *5pt*
   - (v) Az $[a;b]$ intervallumon integrálható f függvény integrálfüggvénye. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.17. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-4}{3n+2} - 1$ sorozatot. *5pt*

2. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = -\ln(3x-1) + 2$ függvényt. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7^n - 3^n + 1}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n-2}\right)^n, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1^-} 2^{\frac{1}{x+1}}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 z^2 \ln z dz, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{1-u}{1-u^2} du, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^1 \frac{2}{x^2+3} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) Az (a_n) sorozat határértéke $-\infty$. *5pt*

   (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*

   (iii) f–nek helyi maximuma van x_0–ban. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) A korlátos E számhalmaz infimuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.17. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - xy}{x^2 + y^2}$ határértéket. *7pt*
2. Definíció alapján határozzuk meg az $f(x,y) = e^2xy^2$ függvény $P(0,1)$ pontbeli, $u(-3,1)$ iránymenti deriváltját. *7pt*
3. Oldjuk meg $xy' = y^2 - y$. *7pt*
4. Határozzuk meg az $y = x^2$, $y = x^2/2$ és $y = 2x$ görbék által határolt zárt síkrész területét. *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg az $\int_L 2yxdx + x^2ydy$ görbementi integrált, ahol L a $(4,1)$, $(0,-3)$, pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Oldjuk meg $y'' = y' + e^{2x} + 2y$, $y(0) = 0$. *12pt*
8. Hol konvergens $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n - 1}(3x+2)^n$. *14pt*
9. Határozzuk meg $(x^2 - 1)\operatorname{arctg} x$ hatványsorát és segítségével becsüljüg meg az $\int_0^1 (x^2 - 1)\operatorname{arctg} x dx$ integrált. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.19. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2+x-2}}$ függvény értelmezési tartományát. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-3n+1}{5n-17} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n}-n}{\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n}}, \qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{n+1}, \qquad \text{(iii)}\ \lim_{x\to 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)}\ \int_0^1 \frac{1}{x^2-4}dx, \qquad \text{(ii)}\ \int_0^1 \frac{2u+3}{2+3u+u^2}du, \qquad \text{(iii)}\ \int_e^\infty xe^{-x^2/2}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) (a_n) konvergál a–hoz. *5pt*

   (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) Az $[a, b]$ intervallum beosztása. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.12.19. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Végezzük el $(x^5 - 3x^3 + x^2 + 4x + 1) : (x^2 - 2x + 3)$. *5pt*
2. Konvergens–e az $a_1 = 2, \quad a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}, \quad (n > 1)$ rekurzív sorozat? *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to 1}\left(\frac{2}{1-x} - \frac{4}{1-x^4}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{2^n+1}{3^n-n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty}\frac{\cos x + 4}{1 - \ln x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 t^2 \sin(t^3 - 5)dt, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{1-3u}{u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{1}{x^{2/3}}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A halmaz számossága véges. *5pt*
   - (ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$. *5pt*
   - (v) k felső korlátja az E számhalmaznak. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2007.12.19. Kalkulus II. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y)=\sqrt{1-\ln(9-x^2-y^2)}$ függvény értelmezési tartományát. *7pt*

2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $f(x,y)=x^2y-\ln y$ esetén $f'_x(x,y)=2xy$. *7pt*

3. Határozzuk meg az $f(x,y)=xe^{x-y}-\cos xy$ függvénynek a $P(2,0)$ pontban, $u=(3,-1)$ irányban vett deriváltját. *7pt*

4. Cseréljük fel az integrálási sorrendet $\int_0^1\left(\int_{-x}^{x^2} f(x,y)dy\right)dx$ *7pt*

5. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-3}{5^{n-2}}$ sor összegét. *10pt*

6. Határozzuk meg $\int_L x^2dx+xydy$ –t, ha L a $P_1(2,3)$ és $P_2(1,0)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*

7. Oldjuk meg $xdy-(y^3-y)dx=0$, $y(2)=1$. *12pt*

8. Hol konvergens $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-3}{n^2+3}(2x+3)^n$. *14pt*

9. Az $\sum_{n=0}^{\infty}x^n=\frac{1}{1-x}$, $|x|<1$, összefüggés alapján határozzuk az $f(x)=\frac{x^3}{1+x^2}$ és $g(x)=\frac{x^4+3x^2}{(1+x^2)^2}$ függvények 0 pont körüli hatványsorát. *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.03. Kalkulus I. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK:

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2+x-2}}$ függvénynek az $x_0 = 0$ pontba húzott erintőegyenesének egyenletét. *5pt*

2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2-3n+1}{5n-n^2} = -2.$ *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-\sqrt[4]{n^5}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-3}{2+5n}\right)^{n-1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 1} \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \frac{1}{x^2-x+1}dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{3}{2-3u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_e^\infty x^2e^{-x}dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) határértéke a. *5pt*
   - (ii) f konkáv az I intervallumon. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat alulról korlátos. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$. *5pt*
   - (v) Az $[a,b]$ intervallum beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.03. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Végezzük el $(x^5 - 3x^3 + x^2 + 4x + 1) : (x^2 - 2x + 3)$. *5pt*
2. Konvergens–e az $a_1 = 2, \quad a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}, \quad (n > 1)$ rekurzív sorozat? *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to 1}\left(\frac{2}{1-x} - \frac{4}{1-x^4}\right), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{2^n+1}{3^n - n^4}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty}\frac{\cos x + 4}{1 - \ln x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 t^2 \sin(t^3 - 5)dt, \qquad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{1-3u}{u+u^2}du, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{1}{x^{2/3}}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A halmaz számossága véges. *5pt*
   - (ii) Az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$. *5pt*
   - (v) k felső korlátja az E számhalmaznak. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.03. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = \sqrt{1 - \ln(9 - x^2 - y^2)}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg az $y = x^3 - 4x^2 + 3x$ és $y = 0$ által határolt zárt síkrész területét. *7pt*
3. Legyen $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$, határozzuk meg az $f'_x(0,3)$–t. *7pt*
4. Konvergens–e $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n - 3}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = (1 + e^x)\cos y - xe^x$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L x \sin y dx + y dy$ –t, ha L a $P_1(-2,3)$ és $P_2(-1,0)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{n^2 + 3}(x-1)^n$. *12pt*
8. Oldjuk meg $xdy - (y^3 - y)dx = 0$, $y(2) = 1$. *14pt*
9. Oldjuk meg $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.09. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Oldjuk meg $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-8} \geq 0$. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n}{n!} = 0$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{4n^2-5n+7}{2-n^2}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{8}-1}{\sqrt[n]{2}-1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}}{x}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{x}\ln x$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^{1/2} z\sqrt{1-z^2}dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{x^2}{(x^2+1)^2}dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-3}^0 \frac{2x+1}{x^2+x-6}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) konvergál a–hoz. *5pt*
   - (ii) f monoton csokkenő az I intervallumon. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$. *5pt*
   - (v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.09. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Igazoljuk, hogy $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + ... + n)^2$ bármely $n \in \mathbb{N}$ –re. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+4}{3n-4} = \frac{2}{3}$ *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{-2n^2-5n+12}{3n+1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n-3}{2n+5}\right)^{2-n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = (x-5)^3\sqrt{x^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 x\sin(x^2-2)dx, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 \frac{2}{\sqrt{5-u^2}}du, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 \frac{5}{x^2+x-6}dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat torlódási pontja. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*
   - (v) f integrálfüggvénye. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.09. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x, y) = \sqrt{1 - \ln(9 - x^2 y)}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg az $y = x^3 - 4x^2 + 3x$ és $y = 0$ által határolt zárt síkrész területét. *7pt*
3. Legyen $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$, határozzuk meg az $f'_x(-1, 3)$–t. *7pt*
4. Konvergens–e $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n - 3}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x, y) = (1 + e^x)\cos y - xe^x$ függvény szélsőértékeit. *10pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L x \cos y dx + y dy$ –t, ha L a $P_1(-2, 3)$ és $P_2(-1, 0)$ pontokat összekötő szakasz. *10pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-3}{n^2+3}(2x-1)^n$. *12pt*
8. Oldjuk meg $xdy - (y^3 - y)dx = 0$, $y(2) = 1$. *14pt*
9. Oldjuk meg $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ *16pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.21. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Végezzük el $(3x^4 - 4x^3 + 1) : (x-1)^2$. *5pt*

2. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk $f(x) = 2 - \ln(3 - 5x)$ –et. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^3 - 2n + 1}{n^4 - 3n^2 + 4}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{27} - 1}{\sqrt[n]{9} - 1}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^{n+1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{x} \ln^{2/3} x$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} \frac{3z}{\sqrt{z^2+5}} dz, \qquad \text{(ii)} \int_{1}^{2} \frac{x}{\sin^2 x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^{0} \frac{x}{x^2 + x - 6} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) (a_n) határértéke $-\infty$. *5pt*

   (ii) f monoton csokkenő az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

   (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to -2} f(x) = \infty$. *5pt*

   (v) Darboux–féle felső integrálközelítő összeg. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.21. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás szempontjából vizsgaljuk az $a_n = \dfrac{n-1}{5n+1}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+3n-1}{2n-213} = \infty$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to -1} 2^{\frac{x}{x+1}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty} n \operatorname{tg} \frac{3}{n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4x}}{2-x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 \sin^5 t \cos t dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty \frac{x}{e^x} dx, \qquad \text{(iii)} \int_1^2 \frac{2x}{x^2-4x-5} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A és a B halmazok számossága azonos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*
   - (v) f integrálközepe. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.21. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^2y - ye^{\sqrt{1-y^2\ln x}}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg $\lim\limits_{(x,y)\to(1,\infty)} \dfrac{x^2+y^2}{2^x - y^2}$. *7pt*
3. Legyen $f(x,y) = \operatorname{arctg}(x^2 - y)\sqrt{2x-y}$, határozzuk meg az $u(1,-2)$ irányban vett deriváltat a $P(3,2)$ pontban. *7pt*
4. Konvergens–e $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{3^{n-2}-5}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
6. Határozzuk meg $\int_L x^2dx + y\sin x dy$ –t, ha L a $P_1(-2,1)$ és $P_2(-1,4)$ pontokat összekötő szakasz. *11pt*
7. Hol konvergens $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-1}{n^2+2}(3x-2)^{2n-1}$. *13pt*
8. Oldjuk meg $y'' \sin x \cos x - y' = 0$, $y(0) = 1$, $y'(\pi/4) = 0$. *13pt*
9. Oldjuk meg $y'' + 4y = 2\sin 2x$. *14pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.23. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $a_1 = 2$, $a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 4}$ rekurzív sorozat határértékét. *5pt*
2. Határozzuk meg $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ $a = 2$ pont körüli harmadrendű Taylor–polinomját. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^5 - n^3 + 2}{n^4 + n^2 + n + 3}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} n \sin\frac{4}{n}, \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} x^3 2^{-x+1}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_1^2 \frac{1}{z^2} \cos\frac{1}{z} dz, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^1 \frac{3}{\sqrt{7 - 2x^2}} dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^1 \frac{5x - 2}{x^2 - 4x - 5} dx.$$

`DEFINÍCIÓ:`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) (a_n) határértéke ∞. *5pt*
   - (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. *5pt*
   - (v) f folytonos. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.23. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK:

1. Monotonitás szempontjából vizsgaljuk az $a_n = \dfrac{n^2 - 7n + 7}{n - 2}$ sorozatot. *5pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} = 0$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket: *15pt*

$$\text{(i)} \lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x), \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+2n}}{1+\sqrt{n}}, \qquad \text{(iii)} \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{7^n-2^n}.$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2 x$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

5. Határozzuk meg a következő integrálokat: *25pt*

$$\text{(i)} \int_{-1}^{1} x^2(x^3+7)^8 dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \ln x dx, \qquad \text{(iii)} \int_{-1}^{1} \frac{2+x}{x^2+4} dx.$$

DEFINÍCIÓ:

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az A számhalmaz felülről korlátos. *5pt*
   - (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke 2. *5pt*
   - (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. *5pt*
   - (v) f integrálható. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2008.01.23. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^y - y\sqrt{1-y^2\ln x}$ függvény totális differenciálját. *7pt*
2. Határozzuk meg $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(\infty,3)} \frac{x^2-y^2}{2^x+y^2}$. *7pt*
3. Legyen $f(x,y) = \operatorname{arctg}(x^2y)\sqrt{2x-y}$, határozzuk meg az $u(1,-1)$ irányban vett deriváltat a $P(1,1)$ pontban. *7pt*
4. Konvergens–e $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)(n-2)!-5}{n!}$ *7pt*
5. Határozzuk meg az $f(x,y) = (x-1)^2 - 2y^2$ függvény szélsőértékeit. *11pt*
6. Határozzuk meg $\displaystyle\int_L xydx + \operatorname{tg} xdy$ –t, ha L a $P_1(-2,2)$ és $P_2(1,4)$ pontokat összekötő szakasz. *11pt*
7. Hol konvergens $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3+2}(x-3)^{2n+1}$. *13pt*
8. Oldjuk meg $(1-x^2)y'' + 2xy' = 0$. *13pt*
9. Oldjuk meg $y'' - 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. *14pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**