2004.12.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-8n-15}{2n+17} = \infty.$ *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *5pt, 5pt, 5pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}} \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+9} \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2x}$$

3. Deriváljuk a következő függvényeket: *5pt, 5pt*

$$\text{(i) } f(x) = \frac{\sin 2x}{1+x} \qquad \text{(ii) } g(x) = \left(1+\sqrt{x}\right)^{x^2-2x+1}$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) Az f függvény lineárisan közelíthető az x_0 pontban. *5pt*

   (ii) Az f függvény egyenletesen folytonos az I intervallumon. *5pt*

   (iii) Az f függvény B beosztáshoz tartozó Darboux–féle alsó integrálközelítő összege. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:

   (i) Konvergens sorozat Cauchy–sorozat. *10pt*

   (ii) Ha $f : [a;b] \to \mathbb{R}$ folytonos $[a;b]$–n, akkor f integrálható $[a;b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Legyen $a_1 = 3$ és $a_n = 4 + 3\sqrt{a_{n-1}}$ ha $n \geq 2$. Mutassuk meg, hogy (a_n) konvergens, majd adjuk meg a határértékét. *8pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2} + 3$ függvénynek az $x = 1$ ponba húzott érintőjének egyenletét. *5pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^5 + 3}{3 - n^2}$. *5pt*
   (ii) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 8}{2 - x}$. *5pt*

4. Deriváljuk az $f(x) = x^2 \sin \frac{2x+2}{1-x}$ függvényt. *5pt*

5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x^2}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az (a_n) sorozat határértéke mínusz végtelen. *5pt*
   (ii) Az f függvény differenciálható az x_0 pontban. *5pt*
   (iii) Az f függvény B beosztáshoz tartozó Riemann–féle integrálközelítő összege. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to a$ és $a < 0$, akkor a sorozat majdnem minden eleme negatív. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a; b] \to \mathbb{R}$ monoton csökkenő $[a; b]$–n, akkor f integrálható $[a; b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.20. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a következő integrálokat: *5pt, 5pt, 9pt*

$$\text{(i)} \int \sin^5 x \cos x dx \qquad \text{(ii)} \int x \operatorname{arctg} x dx \qquad \text{(iii)} \int \cos \sqrt{x} dx$$

2. Határozzuk meg az $y = x^2 + 1$ és az $y = x + 3$ görbék által határolt zárt síkidom területét. *5pt*

3. Hol konvergens *7pt, 10 pt*

$$\text{(i)} \sum \frac{n+2}{n^2+2n+3}(x-2)^n \qquad \text{(ii)} \sum \frac{n^2-5n+1}{2^n}(x-4)^{2n}$$

4. Legyen $f(x,y,z) = \dfrac{x^2 y}{z} - x\ln(y^2 - z^2)$. Határozzuk meg f'''_{xyz}–t. *5pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) $\sum a_n$ konvergens. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{(x,y)\to(-\infty,2)} f(x,y) = -3$. *5pt*
   (iii) Az $f(x,y)$ függvény totálisan differenciálható (a,b)-ben. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to a$ és $a < 0$, akkor a sorozat majdnem minden eleme negatív. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a;b] \to \mathbb{R}$ monoton csökkenő $[a;b]$–n, akkor f integrálható $[a;b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és együtt 40 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.23. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+4}{3n-4} = \frac{2}{3}$. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *5pt, 5pt, 5pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+3}} \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^2+3x+2} \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^{2x}$$

3. Deriváljuk a következő függvényeket: *5pt, 5pt*

$$\text{(i)}\ f(x) = \frac{\sin 2x}{1+\sqrt{x}} \qquad \text{(ii)}\ g(x) = \left(x+\sqrt{x}\right)^{-2x+1}$$

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) k az E *legkisebb felső korlátja* (supremuma). *5pt*
   - (ii) f konvex az I intervallumon. *5pt*
   - (iii) Riemann–féle integrálközelítő összeg. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:
   - (i) Konvergens sorozatnak pontosan egy határértéke van. *10pt*
   - (ii) Ha $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ integrálható, akkor bármely ε (> 0) –hoz megadható B beosztás úgy, hogy $S_B - s_b < \varepsilon$. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.23. Kalkulus I. NÉV:................................

B csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Legyen $a_1 = 3$ és $a_n = 4 + 3\sqrt{a_{n-1}}$ ha $n \geq 2$. Mutassuk meg, hogy (a_n) konvergens, majd adjuk meg a határértékét. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *5pt, 5pt, 5pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3+3n} \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{2-2^{\frac{1}{1-x}}} \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x-3}{x}\right)^{2x}$$

3. Deriváljuk az $f(x) = \operatorname{tg} \frac{2x+2}{1-x}$ függvényt. *5pt*

4. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x + e^{-\frac{1}{x}}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   - (i) Az $\{a_n\}$ sorozatnak az a szám a határértéke. *5pt*
   - (ii) f lineárisan approximálható az x_0 pontban. *5pt*
   - (iii) Az $[a, b]$ intervallum beosztása, a beosztás finomsága. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:
   - (i) Ha az f és g függvények differenciálhatók az x_0 pontban, akkor az $f \cdot g$ függvény is differenciálható x_0–ban. *10pt*
   - (ii) Ha $f : [a; b] \to \mathbb{R}$ monoton növő $[a; b]$–n, akkor f integrálható $[a; b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.23. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a következő integrálokat: *5pt, 5pt, 9pt*

$$\text{(i)} \int \frac{a^x}{1+a^{2x}}dx \qquad \text{(ii)} \int \sqrt{x}\ln x dx \qquad \text{(iii)} \int \frac{2x-3}{x^2+2x-3}dx$$

2. Határozzuk meg az $y^2 = 2x$ és az $x^2 + y^2 = 8$ görbék által határolt zárt síkidomok területét. *10pt*
3. Konvergens–e $\sum \left(\frac{n+2}{2n+3}\right)^n$ *7pt*
4. Oldjuk meg az $y' + yx - x = 0$ differenciálegyenletet. *10pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) AZ $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvény gradiense az (a, b) pontban. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{(x,y)\to(-\infty,-2)} f(x, y) = -\infty$. *5pt*
   (iii) Az $f(x, y)$ függvény totálisan differenciálható (a, b)-ben. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $|r| < 1$, akkor a $\sum r^n$ sor konvergens. *10pt*
   (ii) Ha a $\sum a_n x^n$ hatványsor konvergál a 3 pontban, akkor a hatványsor abszolút konvergens minden $x \in (-3; 3)$ pontban. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és együtt 40 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = \dfrac{2n^2+3}{2n^2-n-21}$ monoton csokkenő ha $n > 3$. *5pt*
2. Határozzuk meg $f(x) = \sqrt[3]{x^2-2} + 3$–nek az $x = 1$ pontba húzott érintőjének egyenletét. *6pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{27}-1}{\sqrt[n]{9}-1}$. *6pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^{2x}\dfrac{2x^2}{1-x}$ függvényt. *6pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az $f : D_f :\to \mathbb{R}$ függvény korlátos. *5pt*
   (ii) A korlátos f függvény integrálható $[a, b]$–n. *5pt*
   (iii) f–nek az x_0 pontban helyi minimuma van. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to a$, $b_n \to b$, akkor $(a_n - b_n) \to (a - b)$. *10pt*
   (ii) Ha f differenciálható x_0–ban, akkor itt folytonos is. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.30. Kalkulus I. NÉV:................................

B csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = n^2/2^n$ korlátos. *5pt*
2. Mutassuk meg, hogy $\dfrac{x}{x+1} \leq \ln(x+1)$, ha $x > -1$. *8pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{4n-5}{5n+3}\right)^{2n}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{3x^2-1}+1}{x^2+x^3}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = (x + \operatorname{arctg} x^2)^3$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \ln(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) a_n határértéke ∞. *5pt*
   (ii) f szigorúan monoton nő az I intervallumon. *5pt*
   (iii) f–nek helyi maximuma van x_0–ban. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Konvergens sorozat korlátos. *10pt*
   (ii) Ha f lineárisan approximálható x_0–ban, akkor itt differenciálható is. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy az $a_n = \dfrac{n-1}{5n+1}$ sorozatnak $\frac{24}{125}$ nem határértéke. *5pt*
2. Határozzuk meg $f(x) = \sqrt[3]{9-x}$–nek az $a = 1$ pont körüli harmadfokú Taylor–polinomját. *8pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^5 + 3}{3n^7 - n^2}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to-8} \dfrac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = \operatorname{tg} x^2 \arcsin \dfrac{2}{1-x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) f folytonos az x_0 pontban. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*
   (iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$, akkor $\frac{1}{a_n} \to 0$. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ korlátos és bármely ε (> 0) –hoz megadható B beosztás úgy, hogy $S_B - s_b < \varepsilon$, akkor f integrálható $[a, b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.30. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = \dfrac{n^2 - 3n - 1}{39 - 2n}$ nem korlátos. *5pt*
2. Mutassuk meg, hogy $\ln(x+1) \le x$, ha $x > -1$. *8pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n^2-2}\right)^n$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = \ln\ln(x^2 - \sin 2x)$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

`ELMÉLET`

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az A rendezett halmaz *felsőhatár–tulajdonságú*. *5pt*
   (ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy–sorozat. *5pt*
   (iii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 4} f(x) = -2$. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $x, y \in \mathbb{R}$ és $x > 0$, akkor van olyan $n \in N$ szám, hogy $nx > y$. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a;b] \to \mathbb{R}$ monoton csökkenő $[a;b]$–n, akkor f integrálható $[a;b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2004.12.30. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg a következő integrálokat: *4pt, 6pt, 5pt*

$$\text{(i)} \int \frac{z}{\sqrt{z^2+5}}dz \qquad \text{(ii)} \int \operatorname{arctg} x dx \qquad \text{(iii)} \int \frac{3y-1}{y^2+x-6}dy$$

2. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét $\int_{-1}^{2}\int_{x^2+1}^{x+3} f(x,y)dydx$. *7pt*

3. Hol konvergens *9pt*

$$\sum \frac{4^{-n}}{2n}(x+5)^{2n-1}.$$

4. Határozzuk meg $\operatorname{arctg} x$ hatványsorát *7pt*

5. Határozzuk meg az $f(x,y) = (x-1)^2 - 2y^2$ függvény szélsőértékeit. *8pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) $\sum a_n$ konvergens. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{(x,y)\to(-3,2)} f(x,y) = -3.$ *5pt*
   (iii) Az $f(x,y)$ függvény totálisan differenciálható (a,b)-ben. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $f(x,y)$ totálisan differenciálható (a,b)–ben, akkor itt parciálisan is differenciálható. *10pt*
   (ii) Ha $0 < a_n < b_n$ és $\lim\limits_{n\to\infty} = L > 0$, továbbá $\sum a_n$ konvergens, akkor $\sum b_n$ is konvergens. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és együtt 40 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Legyen $a_1 = 3$ és $a_n = 4 + 3\sqrt{a_{n-1}}$ ha $n \geq 2$. Mutassuk meg, hogy (a_n) konvergens, majd adjuk meg a határértékét. *8pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\dfrac{3n-4}{5n+13} \to \dfrac{3}{5}$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^5 + 3n}{3n - n^6}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+8}{2+x}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^x \ln(2x-1)$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az $\{a_n\}$ sorozatnak $-\infty$ a határértéke. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-4} f(x) = -2$. *5pt*
   (iii) F primitív függvénye f–nek az I intervallumon. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$ és $c_n \to c \in \mathbb{R}$, akkor $a_n + c_n \to \infty$. *10pt*
   (ii) $[a; b]$–n monoton függvény integrálható. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\ln 2$ közelítő értékét az $\ln(x+1)$ függvény $a = 0$ pont körüli harmadfokú Taylor–polinomja segítségével. *8pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{x^2-2}+3$ függvénynek az $x = 1$ ponba húzott érintőjének egyenletét. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)^3 - n(n+6)^2}{n^3}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 4x}{x}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = 2^x \operatorname{ctg} \frac{x}{1-\sqrt{x}}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) a_n Cauchy–sorozat. *5pt*
   (ii) f szigorúan monoton nő az I intervallumon. *5pt*
   (iii) f–nek helyi minimuma van x_0–ban. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $c_n > 0$ bármely $n \in \mathbb{N}$–re és $c_n \to 0$, akkor $\frac{1}{c_n} \to \infty$. *10pt*
   (ii) Ha f folytonos $[a;b]$–n, akkor ott integrálható. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $\dfrac{2n-4}{3n+2}$ monoton. *5pt*
2. Definíció alapján határozzuk meg az x^2 deriváltját az $x_0 = 3$ pontban. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-2n+5}{2n^2+8}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{\sqrt{n^2+n}}$. *5pt*
   (iii) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{x^5-1}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^2 \dfrac{2\ln x + 2}{1 - \operatorname{tg} x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x^2} e^{-\frac{2x}{3}}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) f folytonos az x_0 pontban. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$. *5pt*
   (iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$, $c_n \to c \in \mathbb{R}$ és $c < 0$, akkor$c_n a_n \to -\infty$. *10pt*
   (ii) Ha f integrálható $[a;b]$–n, és itt F primitív függvény f–nek, akkor $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.06. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Oldjuk meg $\dfrac{x-2}{x+1} > 0.$ *5pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{2x+1}$ függvény inverzét és az inverz értelmezési tartományát. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^4-2n^2+3}}{\sqrt{3+n^2}}.$ *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-4}{2-x}.$ *5pt*
   (iii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3-8x}{2x^3-x}.$ *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = 3x\sqrt[5]{x^2-3x}\dfrac{2x+2}{1-x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az A halmaz megszámlálható számosságú. *5pt*
   (ii) Az $\{a_n\}$ sorozatnak a torlódási pontja. *5pt*
   (iii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to -5} f(x) = -\infty$. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$ és $a_n > 0$ bármely $n \in \mathbb{N}$–re, akkor $\frac{1}{a_n} \to 0$. *10pt*
   (ii) $[a;b]$–n folytonos függvény egyben itt korlátos is. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.10. Kalkulus I. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Legyen $a_1 = 31$ és $a_n = 4 + 3\sqrt{a_{n-1}}$ ha $n \geq 2$. Mutassuk meg, hogy (a_n) konvergens, majd adjuk meg a határértékét. *8pt*
2. Definíció alapján igazoljuk, hogy $\dfrac{n-14}{3n+32} \to \dfrac{1}{3}$. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^5 + 3n}{3n - n^6}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+8}{2+x}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^x \ln(2x-1)$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\ln^2|x|$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) a_n Cauchy–sorozat. *5pt*
   (ii) f szigorúan monoton nő az I intervallumon. *5pt*
   (iii) f differenciálható x_0–ban. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $c_n > 0$ bármely $n \in \mathbb{N}$–re és $c_n \to 0$, akkor $\frac{1}{c_n} \to \infty$. *10pt*
   (ii) Ha f folytonos $[a;b]$–n, akkor ott integrálható. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.10. Kalkulus I. NÉV:................................

B csoport EHA:................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg $\ln 2$ közelítő értékét az $\ln(x+1)$ függvény $a = 0$ pont körüli harmadfokú Taylor–polinomja segítségével. *8pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{x^2-2}+3$ függvénynek az $x = 1$ ponba húzott érintőjének egyenletét. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)^3 - n(n+6)^2}{n^3}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 4x}{x}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = 2^x \operatorname{ctg} \frac{x}{1-\sqrt{x}}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az $\{a_n\}$ sorozatnak $-\infty$ a határértéke. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to-4} f(x) = -2$. *5pt*
   (iii) F primitív függvénye f–nek az I intervallumon. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha f és g deriválható x_0–ban, akkor $[fg]'_{x=x_0} = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$. *10pt*
   (ii) $[a;b]$–n monoton függvény integrálható. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.10. Kalkulus I. NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $\dfrac{2n+4}{3n-2}$ monoton. *5pt*
2. Definíció alapján határozzuk meg az $\sqrt{x-1}$ deriváltját az $x_0 = 5$ pontban. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-2n+5}{2n^2+8}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{\sqrt{n^2+n}}$. *5pt*
   (iii) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{x^5-1}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^2 \dfrac{2\ln x + 2}{1 - \operatorname{tg} x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln|x|$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az A halmaz megszámlálható számosságú. *5pt*
   (ii) Az $\{a_n\}$ sorozatnak a torlódási pontja. *5pt*
   (iii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to -5} f(x) = -\infty$. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$ és $a_n > 0$ bármely $n \in \mathbb{N}$–re, akkor $\frac{1}{a_n} \to 0$. *10pt*
   (ii) Ha (a_n) Cauchy–sorozat, akkor (a_n) konvergens. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.10. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Oldjuk meg $\dfrac{x-2}{x+1} > 0$. *5pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{3x-5}$ függvény inverzét és az inverz értelmezési tartományát. *5pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^4-2n^2+3}}{\sqrt{3+n^2}}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-4}{2-x}$. *5pt*
   (iii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3-8x}{2x^3-x}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = 3x\sqrt[5]{x^2-3x}\dfrac{2x+2}{1-x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+2+4+4+3pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) f folytonos az x_0 pontban. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$. *5pt*
   (iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$, $c_n \to c \in \mathbb{R}$ és $c < 0$, akkor$c_n a_n \to -\infty$. *10pt*
   (ii) Ha f integrálható $[a;b]$–n, és itt F primitív függvény f–nek, akkor $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = \dfrac{2n^2+3}{2n^2-n-21}$ monoton csokkenő ha $n > 3$. *5pt*
2. Határozzuk meg $f(x) = \sqrt[3]{x^2-2}+3$–nek az $x=1$ pontba húzott érintőjének egyenletét. *6pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{27}-1}{\sqrt[n]{9}-1}$. *6pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = x^{2x}\dfrac{2x^2}{1-x}$ függvényt. *6pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az $f : D_f :\to \mathbb{R}$ függvény korlátos. *5pt*
   (ii) A korlátos f függvény integrálható $[a,b]$–n. *5pt*
   (iii) f lineárisan approximálható x_0–ban. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha f differenciálható x_0–ban, akkor itt folytonos is. *10pt*
   (ii) $[a;b]$–n folytonos függvény egyben itt korlátos is. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = n^2/2^n$ korlátos. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = \sqrt[3]{9-x}$–nek az $a = 1$ pont körüli harmadfokú Taylor–polinomját. *8pt*

3. Határozzuk meg a következő határértékeket:

   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{4n-5}{5n+3}\right)^{2n}$. *5pt*

   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{3x^2-1}+1}{x^2+x^3}$. *5pt*

4. Deriváljuk az $f(x) = (x + \operatorname{arctg} x^2)^3$ függvényt. *5pt*

5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \ln(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték.

(iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:

   (i) a_n határértéke ∞. *5pt*

   (ii) f szigorúan monoton nő az I intervallumon. *5pt*

   (iii) f–nek helyi maximuma van x_0–ban. *5pt*

2. Igazoljuk a következő állításokat:

   (i) Ha f lineárisan approximálható x_0–ban, akkor itt differenciálható is. *10pt*

   (ii) Ha f integrálható $[a;b]$–n, és itt F primitív függvény f–nek, akkor $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

C csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Definíció alapján mutassuk meg, hogy az $a_n = \dfrac{n-1}{5n+1}$ sorozatnak $\frac{1}{5}$ a határértéke. *5pt*
2. Mutassuk meg, hogy $\dfrac{x}{x+1} \leq \ln(x+1)$, ha $x > -1$. *8pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^5 + 3}{3n^7 - n^2}$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to-8} \dfrac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = \operatorname{tg} x^2 \arcsin \dfrac{2}{1-x}$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) f folytonos az x_0 pontban. *5pt*
   (ii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*
   (iii) Az A és a B halmaz számossága azonos. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $a_n \to \infty$, akkor $\frac{1}{a_n} \to 0$. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ korlátos és bármely ε (> 0) –hoz megadható B beosztás úgy, hogy $S_B - s_b < \varepsilon$, akkor f integrálható $[a, b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

2005.01.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

D csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Mutassuk meg, hogy $a_n = \dfrac{n^2-3n-1}{39-2n}$ nem korlátos. *5pt*
2. Mutassuk meg, hogy $\ln(x+1) \le x$, ha $x > -1$. *8pt*
3. Határozzuk meg a következő határértékeket:
   (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n^2-2}\right)^n$. *5pt*
   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$. *5pt*
4. Deriváljuk az $f(x) = \ln\ln(x^2 - \sin 2x)$ függvényt. *5pt*
5. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ függvényt.

(i) Értelmezési tartomány, zérushely, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet. *3+3+4+4+4pt*

ELMÉLET

1. Definiáljuk a következő fogalmakat:
   (i) Az A rendezett halmaz *felsőhatár–tulajdonságú.* *5pt*
   (ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy–sorozat. *5pt*
   (iii) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to 4} f(x) = -2$. *5pt*
2. Igazoljuk a következő állításokat:
   (i) Ha $x \in \mathbb{R}, x > -1$ és $n \in \mathbb{N}$, akkor $(1+x)^n \ge 1 + nx$. *10pt*
   (ii) Ha $f : [a;b] \to \mathbb{R}$ monoton csökkenő $[a;b]$–n, akkor f integrálható $[a;b]$–n. *15pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat és az elmélet részből legalább 15-15 pontot el kell érni és a gyakorlatról hozott pontokkal együtt 50 pontnál nem lehet kevesebb. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**