Kalkulus közgazdászoknak
3. házi feladatsor

1. Feladat. Rajzoljuk fel a következő függvények grafikonjait, majd az ábra alapján olvassuk le a kért határértékeket:

(a) $p(x) = 2 - \dfrac{1}{x-3}$, $\quad \lim\limits_{x\to 2} p(x)$; $\lim\limits_{x\to 3^+} p(x)$; $\lim\limits_{x\to 3^-} p(x)$; $\lim\limits_{x\to 3} p(x)$; $\lim\limits_{x\to \infty} p(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} p(x)$

(b) $s(t) = \dfrac{1}{t^2} - 1$, $\quad \lim\limits_{t\to 0^-} s(t)$; $\lim\limits_{t\to 0^+} s(t)$; $\lim\limits_{t\to 0} s(t)$; $\lim\limits_{t\to \infty} s(t)$

(c) $r(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x \le -2 \\ 1-x, & \text{ha } -2 < x < 3 \\ -2, & \text{ha } 3 \le x \end{cases}$ $\quad \lim\limits_{x\to -2} r(x)$; $\lim\limits_{x\to 3} r(x)$; $\lim\limits_{x\to \infty} r(x)$

(d) $C(q) = \begin{cases} q-1, & \text{ha } q < 0 \\ 1-\sqrt{q}, & \text{ha } 0 < q < 4 \\ 2-q/4, & \text{ha } 4 \le q \end{cases}$ $\quad \lim\limits_{q\to 3} C(q)$; $\lim\limits_{q\to 4^+} C(q)$; $\lim\limits_{q\to 4^-} C(q)$; $\lim\limits_{q\to \infty} C(q)$; $\lim\limits_{q\to -\infty} C(q)$

2. Feladat. Határozzuk meg a következő határértékeket.

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{2x-1}$, $\lim\limits_{x\to 0} \ln(3x+2)$, $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-9}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2+x}{x-2}$

(b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-2x}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}$, $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x+2}{1-x^2}$

(c) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x-6}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x-6}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x-6}{x-2}$, $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x+3}{x^2-1}$, $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$

(d) $\lim\limits_{x\to \infty} (x^2+x-4)$, $\lim\limits_{x\to \infty} \sqrt{3x+2}$, $\lim\limits_{x\to \infty} \ln(5x-4)$

(e) $\lim\limits_{x\to \infty} (x^2-2x-1)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^2+2x-1)$, $\lim\limits_{x\to \infty} (\sqrt{3x+1}-x)$, $\lim\limits_{x\to \infty} (3x^2\ln x - 5x^2)$

(f) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^2+x-4}{x^2-2}$, $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2-2x-1}{x+2}$, $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1-x^2}{x^3-3x}$, $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{2x}-1}{2-\sqrt{x}}$, $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3x-\sqrt{2x-1}}{\sqrt[4]{x^3}-x}$

(g) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{3ah^2-3h}{h}$, $\lim\limits_{a\to 0} \dfrac{3ah^2-3h}{h}$, $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+2y}{x-y^2}$, $\lim\limits_{y\to -1} \dfrac{x+2y}{x-y^2}$, $\lim\limits_{q\to -1} \dfrac{x+2y}{x-y^2}$

3. Feladat. A paraméter mely értéke esetén folytonos a függvény?

(a) $f(x) = \begin{cases} bx - 1, & \text{ha } x < 1 \\ x^2 - 1, & \text{különben} \end{cases}$

(b) $g(x) = \begin{cases} 2x - c, & \text{ha } x \leq 2 \\ \sqrt{x+2}, & \text{különben} \end{cases}$

4. Feladat. Vizsgáljuk a függvények folytonosságát az adott pontban.

(a) Az $x = 1$ pontban, $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & \text{ha } x < 1 \\ 0, & \text{ha } x = 1 \\ \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$

(b) Az $x = -1$ pontban, $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{1 - x^2}, & \text{ha } x < -1 \\ -2, & \text{ha } x = -1 \\ \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}, & \text{ha } x > -1 \end{cases}$