

MTNM113E: BEVEZETÉS AZ ALGEBRÁBA TÉTELSOR

A vizsga elején egy beugró dolgozatot kell írni, utána pedig szóban felelni a következő tételek valamelyikéből. A tételek mellett a jegyzetben levő definíciók és tételek sorszáma van feltüntetve. Minden tételnél ki kell tudni mondani az oda tartozó definíciókat és tételeket, illetve az állításokat és tételeket be kell tudni bizonyítani. Minden definícióhoz példát és ellenpéldát kell tudni mondani. Ha a definícióban több feltételnek kell egyszerre teljesülnie (például a bijektív leképezés definíciója), akkor ez azt jelenti, hogy tudni kell példát mondani 1) bijektív leképezésre, 2) szürjektív de nem bijektív leképezésre, illetve 3) injektív de nem bijektív leképezésre is. Minden tételt tudni kell egyszerű példákon keresztül alkalmazni, illetve azt bemutatni, hogy a tétel szükséges feltételei tényleg szükségesek. Például a két szürjektív leképezés szorzatáról szóló tétel esetén tudni kell példát mondani 1) ϱ és σ szürjektív leképezésekre, és ellenőrizni hogy $\varrho\sigma$ valóban szürjektív, 2) szürjektív ϱ és nem szürjektív σ leképezésekre, ahol $\varrho\sigma$ nem szürjektív, illetve 3) nem szürjektív ϱ és szürjektív σ leképezésekre, ahol $\varrho\sigma$ nem szürjektív.

1. Mátrixok (mátrixok 1–22)
2. Determinánsok (mátrixok 23–40)
3. Lineáris egyenletrendszerek (mátrixok 52–61)
4. Mátrix inverze (mátrixok 41–51 és 62,63)
5. Leképezések (leképezések 1–17)
6. Permutációk (leképezések 18–39)
7. Komplex számok, trigonometrikus alak (komplex 1–13)
8. Hatványozás, gyökvonás, egységgyökök (komplex 14–26)
9. Műveleti tulajdonságok (algebra 1–14)
10. Félcsoportok, csoportok (algebra 15–27)
11. Gyűrűk, testek (algebra 28–34)

A beugró dolgozatban definíciókhoz tartozó példákat és ellenpéldákat fogok kérni, ahol 5-ből legalább 4-et helyesen kell megválaszolni. Például:

1. **Feladat.** Az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ mátrixhoz keressen olyan B mátrixot, hogy AB definiálva legyen, de BA nem. Adja meg AB értékét is.
2. **Feladat.** Adjon példát olyan szürjektív $\varrho : A \rightarrow B$ leképezésre, amely nem bijektív.
3. **Feladat.** Adjon példát olyan $\sigma \in S_4$ permutációra, amely nem ciklus.
4. **Feladat.** Adjon példát olyan $z \in \mathbb{C}$ komplex számra, amelyre $0 < \arg(z) < \frac{\pi}{2}$.
5. **Feladat.** Adjon példát olyan félcsoportra, amely nem csoport.