

## 6. feladatsor – Komplex számok.

**6.1. Feladat.** Kanonikus alakban számolva határozzuk meg az alábbi műveletek végeredményét, majd ábrázoljuk a feladatban szereplő és a kapott komplex számokat a számsíkon.

- (1)  $i^{2019}$ ,
- (2)  $(3 + 5i)(2 - 7i)$ ,
- (3)  $\frac{-7 - i}{1 + 4i}$ .

**6.2. Feladat.** Kanonikus alakban számolva határozzuk meg az alábbi műveletek végeredményét, majd ábrázoljuk a feladatban szereplő és a kapott komplex számokat a számsíkon.

- (1)  $i^{-27}$ ,
- (2)  $(3 + 2i)(3 - 4i)$ ,
- (3)  $\frac{-7 + 2i}{1 + 2i}$ .

**6.3. Feladat.** Kanonikus alakban számolva határozzuk meg az alábbi műveletek végeredményét, majd ábrázoljuk a feladatban szereplő és a kapott komplex számokat a számsíkon.

- (1)  $\overline{3 - 2i}$ ,
- (2)  $(-i)^{-7}$ ,
- (3)  $\frac{(3 + 5i) - (4 - 2i)}{(3 - 2i) + (6 + i)}$ .

**6.4. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenleteket a komplex számok körében:

- (1)  $(3 - 2i)z - 4i = 3$ ,
- (2)  $\bar{z} + |z| = 4 - 3i$ .

**6.5. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenleteket a komplex számok körében:

- (1)  $(1 - 3i)z = 2 + 5i$ ,
- (2)  $z^2 = 2i$ .

**6.6. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenleteket a komplex számok körében:

- (1)  $z^2 = z$ ,
- (2)  $|z| - z = 1 + 2i$ .

**6.7. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenleteket a komplex számok körében:

- (1)  $z^3 = 1 + i$ ,
- (2)  $z(1 - 2i) = 3 + 2i$ .

**6.8. Feladat.** Az alábbi kanonikus alakban megadott számokat írjuk fel trigonometrikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1)  $-5$ ,
- (2)  $2 - 2i$ .

$$(3) i,$$

**6.9. Feladat.** Az alábbi kanonikus alakban megadott számokat írjuk fel trigonometrikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1) 3,
- (2)  $1 - i$ ,
- (3)  $-\sqrt{3} - i$ .

**6.10. Feladat.** Az alábbi kanonikus alakban megadott számokat írjuk fel trigonometrikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1)  $1 + i$ ,
- (2)  $-2i$ ,
- (3)  $1 - \sqrt{3}i$ .

**6.11. Feladat.** Az alábbi trigonometrikus alakban megadott számokat írjuk fel kanonikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1)  $\cos \frac{-\pi}{2} + i \sin \frac{-\pi}{2}$ ,
- (2)  $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ ,
- (3)  $2(\cos 0 + i \sin 0)$ .

**6.12. Feladat.** Az alábbi trigonometrikus alakban megadott számokat írjuk fel kanonikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1)  $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$ ,
- (2)  $\sqrt{2}(\cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4})$ ,
- (3)  $2(\cos \pi + i \sin \pi)$ .

**6.13. Feladat.** Az alábbi trigonometrikus alakban megadott számokat írjuk fel kanonikus alakban, számoljuk ki az első kettő szorzatát, majd ábrázoljuk a komplex számsíkon a négy számot:

- (1)  $\sqrt{3}(\cos \frac{-3\pi}{4} + i \sin \frac{-3\pi}{4})$ ,
- (2)  $\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3}$ ,
- (3)  $3(\cos(-\pi) + i \sin(-\pi))$ .

**6.14. Feladat.** Trigonometrikus alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét (nem szabad kanonikus alakban számolni), majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $(\sqrt{3} - i)(2 + 2\sqrt{3}i)$ ,
- (2)  $\frac{1-i}{1+i}$ .

**6.15. Feladat.** Trigonometrikus alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét (nem szabad kanonikus alakban számolni), majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $(\sqrt{3} - i)^3$ ,
- (2)  $\frac{i}{1+i}$ .

**6.16. Feladat.** Trigonometrikus alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét (nem szabad kanonikus alakban számolni), majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $(1 - \sqrt{3}i)^5$ ,
- (2)  $\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}$ .

**6.17. Feladat.** Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét, majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $\sqrt{-4}$ ,
- (2)  $\sqrt[4]{i}$ ,
- (3)  $\sqrt[6]{64}$ .

**6.18. Feladat.** Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét, majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $\sqrt[3]{-8}$ ,
- (2)  $\sqrt{-9}$ ,
- (3)  $\sqrt[4]{-1 - \sqrt{3}i}$ .

**6.19. Feladat.** Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét, majd ábrázoljuk a kapott komplex számokat a számsíkon:

- (1)  $\sqrt{-16}$ ,
- (2)  $\sqrt[4]{-16}$ ,
- (3)  $\sqrt[2]{-1 + \sqrt{3}i}$ .

**6.20. Feladat.** Számoljuk ki kanonikus alakban és ábrázoljuk a komplex számsíkon a negyedik, hatodik és tizenkettedik egységgyököt, és állapítsuk meg, melyek közülük rendre negyedik, hatodik és tizenkettedik egységgyökök.