

1. feladatsor – Logika I.

1.1. Feladat. Adjuk meg az alábbi formulák összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

- (1) $(A \rightarrow (B \vee (\neg C))) \leftrightarrow ((\neg A) \wedge B)$,
- (2) $(B \wedge (\neg A)) \rightarrow (C \leftrightarrow (A \vee (\neg B)))$.

1.2. Feladat. Adjuk meg az alábbi formulák összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

- (1) $(A \vee (B \leftrightarrow (\neg C))) \rightarrow (A \wedge (\neg C))$,
- (2) $(C \wedge (A \rightarrow (\neg B))) \leftrightarrow ((\neg A) \vee B)$.

1.3. Feladat. Tagadást nem tartalmazó ítéletváltozók bevezetésével formalizáljuk az alábbi ítéleteket értelemszerűen.

- (1) Ha egy szelet kenyér egyik fele lekváros, és leejtjük, akkor a föld, vagy az asztal lekváros lesz.
- (2) Pontosán akkor ejtünk le egy szelet kenyeret, ha vagy az egyik fele lekváros, vagy egyik fele sem lekváros, de ügyetlenek vagyunk.
- (3) Csak akkor megyek boltba, ha nem esik az eső, vagy ha esik, de van nálam esernyő.

1.4. Feladat. Tagadást nem tartalmazó ítéletváltozók bevezetésével formalizáljuk az alábbi ítéleteket értelemszerűen.

- (1) Csak akkor megyek boltba, ha nem esik az eső, vagy ha esik, de van nálam esernyő.
- (2) Ha nem sikerül a diszkrét matematika gyakorlatom, akkor nem mehetek vizsgázni, és még szomorú is leszek.
- (3) Ha sikerül a diszkrét matematika gyakorlatom, akkor pontosán akkor leszek szomorú, ha nem sikerül a vizsgám.

1.5. Feladat. Tagadást nem tartalmazó ítéletváltozók bevezetésével formalizáljuk az alábbi ítéleteket értelemszerűen.

- (1) Ha valami kutya, akkor állat, de ha valami állat, akkor az vagy kutya, vagy nem kutya.
- (2) Egy állat pontosán akkor kutya, ha van négy lába, két füle és tud ugatni vagy néma.
- (3) Ha fáradt vagyok és nem tudok aludni, akkor inkább olvasok.

1.6. Feladat. Tagadást nem tartalmazó ítéletváltozók bevezetésével formalizáljuk az alábbi ítéleteket értelemszerűen.

- (1) Pontosán akkor hagyom abba az olvasást, ha időközben elalszok, vagy megunom a könyvet és nem találok jobbat.
- (2) Ha valami elromolhat, akkor az el is romlik, vagy már elromlott, vagy én tévedek.
- (3) Ha megbukunk, akkor nem kapunk diplomát, és ha nincs már most sok pénzünk, akkor nem fogunk tudni miből fagyit venni.

1.7. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $A \rightarrow (A \wedge B)$,
- (2) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg A) \vee B)$,

$$(3) (A \vee B) \rightarrow ((A \vee (\neg B)) \rightarrow A).$$

1.8. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $A \leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B))$,
 (2) $(A \wedge (\neg A)) \leftrightarrow ((\neg(A \rightarrow (\neg A))) \wedge (B \rightarrow \neg C))$.

1.9. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

- (1) $(A \wedge B) \rightarrow C$ és $A \rightarrow (B \rightarrow C)$,
 (2) A és $(A \wedge B) \vee (A \wedge (\neg B))$.

1.10. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

- (1) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (B \vee C))$ és $(A \wedge B) \rightarrow A$,
 (2) $(A \rightarrow C) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge C))$ és $A \rightarrow (A \vee C)$.

1.11. Feladat. Adjuk meg a következő formulák diszjunktív normálformáját.

- (1) $A \rightarrow (\neg A \vee B)$,
 (2) $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow (\neg A \vee C)$.

1.12. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \wedge és \neg műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

	A	B	$?$
	i	i	i
(1)	i	h	i
	h	i	i
	h	h	i

	A	B	$?$
	i	i	i
(2)	i	h	h
	h	i	h
	h	h	i

1.13. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \rightarrow és \leftrightarrow műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

	A	B	$?$
	i	i	i
(1)	i	h	i
	h	i	i
	h	h	h

	A	B	$?$
	i	i	h
(2)	i	h	i
	h	i	i
	h	h	h

1.14. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \rightarrow és \neg műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

	A	B	$?$
	i	i	i
(1)	i	h	i
	h	i	i
	h	h	i

	A	B	$?$
	i	i	h
(2)	i	h	i
	h	h	i
	h	i	h

1.15. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $(A \vee B) \vee ((\neg A) \vee (\neg B))$,

$$(2) (((\neg A) \rightarrow (A \wedge B)) \wedge C) \leftrightarrow ((A \leftrightarrow C) \wedge A).$$

1.16. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

$$(1) (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A) \text{ és } A \wedge (\neg B),$$

$$(2) (A \leftrightarrow ((\neg B) \vee C)) \wedge (B \rightarrow ((\neg A) \wedge C)) \text{ és } ((\neg B) \vee A) \wedge ((\neg B) \vee C).$$

1.17. Feladat. Adjuk meg a következő formulák diszjunktív normálformáját.

$$(1) A \vee (\neg A \rightarrow B),$$

$$(2) (A \wedge \neg C) \leftrightarrow (\neg B \vee C).$$

1.18. Feladat. Adjuk meg a következő formulák diszjunktív normálformáját.

$$(1) A \leftrightarrow B,$$

$$(2) (A \wedge \neg C) \leftrightarrow (\neg B \vee C).$$

1.19. Feladat. Tagadást nem tartalmazó ítéletváltozók bevezetésével formalizáljuk az alábbi ítéleteket értelemszerűen.

(1) Pontosán akkor tévedek, ha valami elromolhat, de még nem romlott el, és nem is fog elromlani.

(2) Gyakorlatra járni rosszabb, mint fagyizni, de ha nem járunk gyakorlatra, akkor megbukunk.

(3) Ha én rózsza volnék, nem csak egyszer nyílnék, minden évben négyszer virágba borulnék.

1.20. Feladat. Adjuk meg az alábbi formulák összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(1) ((A \vee (\neg C)) \leftrightarrow B) \wedge (C \rightarrow (\neg A)),$$

$$(2) (A \vee C) \rightarrow ((\neg B) \wedge (C \leftrightarrow A)).$$