

3. feladatsor – Gráfok

3.1. Feladat. Egy sakk csapatversenyen több csapat vett részt. (Minden játékos pontosan egyszer játszik minden, vele nem azonos csapatban levő játékos-sal.) A verseny végén a sakkozónak „ünnepi ebédet” adnak. A szakácsnak elfelejtették leadni a csapatok létszámát. A szakács mindössze annyit tud, hogy a legnagyobb létszámú csapatban 12 versenyző van, és hogy a verseny során 42 sakkozó szerzett pontot. Hány ebédet kell főznie a szakácsnak, hogy biztosan jusson minden sakkozónak?

3.2. Feladat. Egy 5 tagú társaságban lehet-e mindenkinek pontosan 3 ismerőse? (Az ismeretségek kölcsönösek.)

3.3. Feladat. Előfordulhat-e 8 csapat körmérkőzéses versenye során, hogy az egyes csapatok eddig rendre 1, 2, 2, 2, 4, 5, 7, 7 mérkőzést játszottak?

3.4. Feladat. Hány olyan 5-pontú, egyszerű gráf van, melyben a pontok fokszámai 1, 2, 2, 2, 3? Oldja meg a feladatot úgy is, hogy a pontokat megszámozza, és úgy is, hogy nem.

3.5. Feladat. Rajzoljunk olyan 5-pontú, egyszerű gráfot, amelynek két 3 fokú és két 4 fokú pontja van. Hány ilyen gráf van, ha

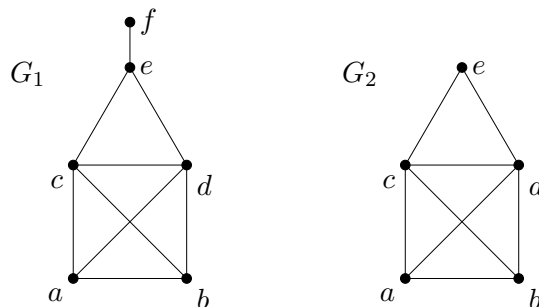
- (a) a pontokat nem számozzuk meg;
- (b) a pontokat megszámozzuk?

Határozza meg az ilyen gráfok éleinek a számát.

3.6. Feladat. Egy 6-pontú, egyszerű gráf pontjainak fokszámai: 2, 2, 3, 3, 5, 5. Hány ilyen gráf van, ha a pontokat megszámozzuk, és hány van akkor, ha nem? Számítsuk ki a gráfok éleinek a számát.

3.7. Feladat. Igazoljuk, hogy bármely gráfban a páratlan fokú pontok száma páros.

3.8. Feladat. Vizsgáljuk meg, hogy a következő gráfokban van-e Euler-vonal, zárt Euler-vonal, Hamilton-út, Hamilton-kör.



3.9. Feladat. Egy erdő 5 fájában összesen 16 él van. Hány pontja van az erdőnek?

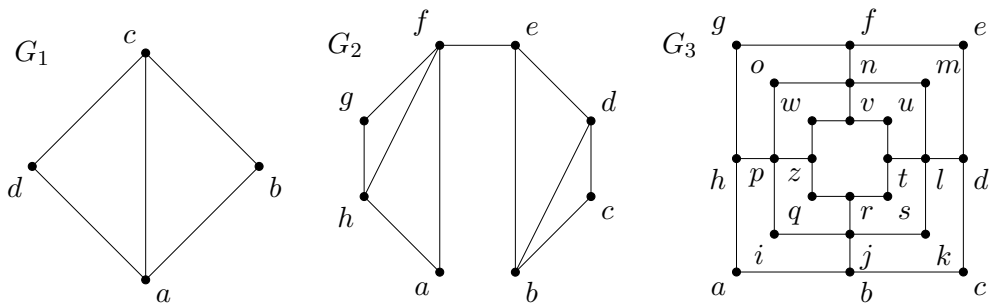
3.10. Feladat. Hány különböző, 5-pontú fa van, ha a pontjait nem különböztetjük meg?

3.11. Feladat. Egy 20-pontú fának 18 darab 1 fokú pontja van.

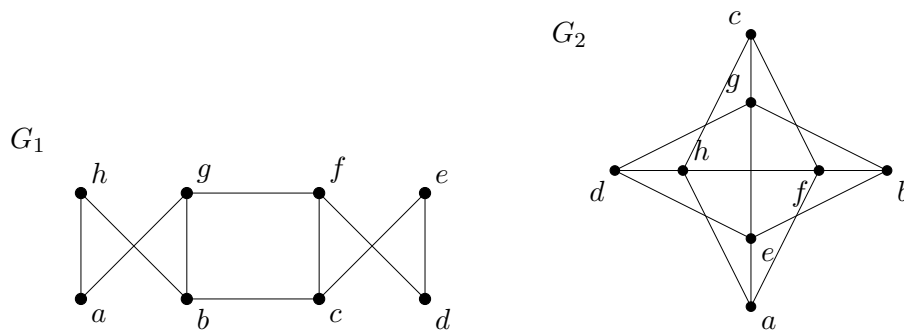
- Mennyi lehet a további két pont fokszáma?
- Hány élt tartalmaz a leghosszabb útja?
- Hány ilyen fa van, ha a pontokat nem különböztetjük meg?

3.12. Feladat. Adjunk meg az alábbi gráfokban

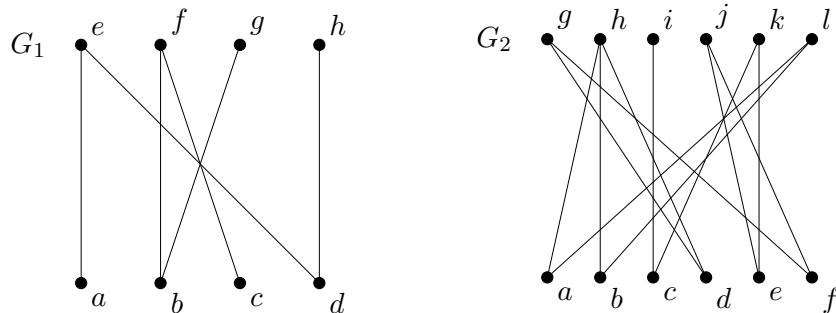
- minimális lefogó ponthalmazt;
- maximális párosítást;
- $\nu(G)$ és $\tau(G)$ értékét.



3.13. Feladat. Döntsük el az alábbi gráfokról, hogy páros gráfok-e.



3.14. Feladat. Keressen maximális párosítást az alábbi gráfokban a magyar módszer segítségével.



3.15. Feladat. Döntsük el az alábbi gráfokról, hogy síkgráfok-e.

