

5. feladatsor – Halmazok

A feladatsorban \underline{n} jelöli az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmazt.

Tekintsük az $\underline{4} = \{1, 2, 3, 4\}$ halmaz következő kétváltozós predikátumait:

P	1	2	3	4	Q	1	2	3	4	R	1	2	3	4
1	i	i	i	h	1	i	i	i	h	1	h	h	i	i
2	h	i	i	h	2	h	i	i	i	2	h	i	h	h
3	h	h	h	i	3	h	h	i	i	3	i	h	i	i
4	h	i	h	i	4	i	h	h	i	4	i	h	i	h

5.1. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (Q(a, x) \wedge Q(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4})(\exists y \in \underline{4}) (Q(a, x) \rightarrow (Q(x, y) \wedge Q(y, a)))\}$.

5.2. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A) P(a, 2)\}$,
- (2) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A)(\exists b \in A) P(a, b)\}$.

5.3. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (R(x, a) \rightarrow R(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4})(\forall y \in \underline{4}) (R(a, x) \wedge (R(x, y) \vee R(y, x)))\}$.

5.4. Feladat. Legyen $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 6\}$. Adjuk meg a következő halmazokat:

$$\overline{A} \cap (B \triangle C), A \setminus (\overline{B} \cup C), (A \setminus \overline{C}) \cup (C \setminus \overline{B})$$

5.5. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (R(a, x) \wedge R(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4})(\exists y \in \underline{4}) (R(a, x) \rightarrow (R(x, y) \wedge R(y, a)))\}$.

5.6. Feladat. Legyen $A = \{1, 3, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$. Adjuk meg a következő halmazokat:

$$\overline{A} \cap (B \triangle C), A \setminus (\overline{B} \cup C), (A \setminus \overline{C}) \cup (C \setminus \overline{B})$$

5.7. Feladat. Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 4, 5\}$. Adjuk meg a következő halmazokat:

$$\overline{A} \cap (B \triangle C), A \setminus (\overline{B} \cup C), (A \setminus \overline{C}) \cup (C \setminus \overline{B})$$

5.8. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (P(a, x) \wedge P(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4})(\exists y \in \underline{4}) (P(a, x) \rightarrow (P(x, y) \wedge P(y, a)))\}$.

5.9. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (Q(x, a) \rightarrow Q(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4})(\forall y \in \underline{4}) (Q(a, x) \wedge (Q(x, y) \vee Q(y, x)))\}$.

5.10. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (Q(a, x) \wedge Q(x, b))\}$,
- (2) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (Q(a, x) \rightarrow Q(b, x))\}$.

5.11. Feladat. Legyen $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$. Adjuk meg a következő halmazokat:

$$\bar{A} \cup (B \triangle C), A \setminus (\bar{B} \cap C), (A \setminus \bar{C}) \cup (C \setminus \bar{B})$$

5.12. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A) Q(a, 2)\}$,
- (2) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A)(\exists b \in A) Q(a, b)\}$.

5.13. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{a \in \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (P(x, a) \rightarrow P(x, x))\}$,
- (2) $\{a \in \underline{4} : (\exists x \in \underline{4})(\forall y \in \underline{4}) (P(a, x) \wedge (P(x, y) \vee P(y, x)))\}$.

5.14. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A) P(a, a)\}$,
- (2) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A)(\forall b \in A) P(a, b)\}$.

5.15. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A) R(a, a)\}$,
- (2) $\{A \in \mathcal{P}(\underline{4}) : (\forall a \in A)(\forall b \in A) R(a, b)\}$.

5.16. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (P(a, x) \wedge P(x, b))\}$,
- (2) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (P(a, x) \rightarrow P(b, x))\}$.

5.17. Feladat. Adjuk meg a következő halmazok elemeit:

- (1) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\exists x \in \underline{4}) (R(a, x) \wedge R(x, b))\}$,
- (2) $\{(a, b) \in \underline{4} \times \underline{4} : (\forall x \in \underline{4}) (R(a, x) \rightarrow R(b, x))\}$.