

3. feladatsor – Ítéletkalkulus I.

3.1. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha még egy *** mondatot formalizálnom kell, akkor kitépem a hajamat, vagy megőrülök és utána tépem ki a hajamat.
- (2) Megőrültem és pontosan akkor engednek haza, ha nem kell többet mondatokat formalizálnom, vagy ha bezárják az intézetet.

3.2. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \vee és \wedge műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

(1)	A	B	$?$
	i	i	h
	i	h	h
	h	i	h
	h	h	h

(2)	A	B	$?$
	i	i	i
	i	h	i
	h	h	i
	h	i	i

3.3. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

- (1) A és $(A \wedge B) \vee (A \wedge (\neg B))$
- (2) $(A \leftrightarrow ((\neg B) \vee C)) \wedge (B \rightarrow ((\neg A) \wedge C))$ és $((\neg B) \vee A) \wedge ((\neg B) \vee C)$

3.4. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $A \rightarrow (A \wedge B)$
- (2) $(A \vee B) \rightarrow ((A \vee (\neg B)) \rightarrow A)$
- (3) $(A \vee B) \vee ((\neg A) \vee (\neg B))$

3.5. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha valami kutya, akkor állat, de ha valami állat, akkor az vagy kutya, vagy nem kutya.
- (2) Egy állat pontosan akkor kutya, ha van négy lába, két füle és tud ugatni vagy néma.

3.6. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha nem sikerül a diszkrét matematika gyakorlatom, akkor nem mehetek vizsgázni, és még szomorú is leszek.
- (2) Ha sikerül a diszkrét matematika gyakorlatom, akkor pontosan akkor leszek szomorú, ha nem sikerül a vizsgám.

3.7. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha valami elromolhat, akkor az el is romlik, vagy már elromlott, vagy én tévedek.

- (2) Pontosán akkor tévedek, ha valami elromolhat, de még nem romlott el, és nem is fog elromlani.

3.8. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(A \rightarrow ((\neg B) \wedge C)) \vee (B \leftrightarrow (\neg A))$$

3.9. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(A \vee (B \leftrightarrow (\neg C))) \rightarrow (A \wedge (\neg C))$$

3.10. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha egy szelet kenyér egyik fele lekváros, és leejtjük, akkor a föld, vagy az asztal lekváros lesz.
- (2) Pontosán akkor ejtünk le egy szelet kenyeret, ha vagy az egyik fele lekváros, vagy egyik fele sem lekváros, de ügyetlenek vagyunk.

3.11. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \wedge és \neg műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

(1)	A	B	$?$
	i	i	i
	i	h	i
	h	i	i
	h	h	i

(2)	A	B	$?$
	i	i	i
	i	h	h
	h	i	h
	h	h	i

3.12. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha fáradt vagyok és nem tudok aludni, akkor inkább olvasok.
- (2) Pontosán akkor hagyom abba az olvasást, ha időközben elalszok, vagy meg-
unom a könyvet és nem találok jobbat.

3.13. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(B \wedge (\neg A)) \rightarrow (C \leftrightarrow (A \vee (\neg B)))$$

3.14. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

- (1) $(A \wedge B) \rightarrow C$ és $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (2) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (B \vee C))$ és $(A \wedge B) \rightarrow A$

3.15. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(A \vee C) \rightarrow ((\neg B) \wedge (C \leftrightarrow A))$$

3.16. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \rightarrow és \neg műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

A	B	?
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	i

A	B	?
i	i	h
i	h	i
h	h	i
h	i	h

3.17. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(A \rightarrow (B \vee (\neg C))) \leftrightarrow ((\neg A) \wedge B)$$

3.18. Feladat. Adjunk meg olyan formulát, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen, amely csak az \rightarrow és \leftrightarrow műveleteket tartalmazza, és melynek igazságtáblája a következő:

A	B	?
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

A	B	?
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

3.19. Feladat. Ekvivalensek az alábbi formulák?

- (1) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A)$ és $A \wedge (\neg B)$
- (2) $(A \rightarrow C) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge C))$ és $A \rightarrow (A \vee C)$

3.20. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ha esik az eső és nincs nálam esernyő, akkor vagy otthon maradok, vagy megázok.
- (2) Csak akkor megyek boltba, ha nem esik az eső, vagy ha esik, de van nálam esernyő.

3.21. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(A \vee C) \rightarrow ((\neg B) \wedge (C \leftrightarrow A))$$

3.22. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$((A \vee (\neg C)) \leftrightarrow B) \wedge (C \rightarrow (\neg A))$$

3.23. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$((A \rightarrow (\neg B) \vee C) \leftrightarrow ((\neg A) \wedge C))$$

3.24. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $A \leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B))$
- (2) $(A \wedge (\neg A)) \leftrightarrow ((\neg(A \rightarrow (\neg A))) \wedge (B \rightarrow \neg C))$

3.25. Feladat. Adjuk meg az alábbi formula összes részformuláját és az igazságtáblázatát:

$$(C \wedge (A \rightarrow (\neg B))) \leftrightarrow ((\neg A) \vee B)$$

3.26. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Ki kell találnom még formalizálandó mondatokat, vagy kirúgnak az állásomból, és mehetek utcát söpörni.
- (2) Szeretek utcát söpörni, de mondatokat formalizálni csak akkor szeretek, ha nincs más választásom.

3.27. Feladat. Az alábbi formulák közül melyek tautológiák?

- (1) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg A) \vee B)$
- (2) $((\neg A) \rightarrow (A \wedge B)) \wedge C \leftrightarrow ((A \leftrightarrow C) \wedge A)$

3.28. Feladat. Formalizáljuk az alábbi ítéleteket, és határozzuk meg a logikai értéküket, ha a bennük szereplő összes változó logikai értéke hamis.

- (1) Gyakorlatra járni rosszabb, mint fagyizni, de ha nem járunk gyakorlatra, akkor megbukunk.
- (2) Ha megbukunk, akkor nem kapunk diplomát, és ha nincs már most sok pénzünk, akkor nem fogunk tudni miből fagyit venni.