

Név: .....

Összpontszám:

### MBX114G: DISZKRÉT MATEMATIKA III MINTAVIZSGA

A ketteshöz minimum 10 pontot kell elérnie az első feladatból! A többi feladatot csak akkor fogom kijavítani, ha ezt a 10 pontot sikerült elérni. A vizsgán, a gyakorlaton és az elektronikus teszteken szerzett pontokat összeadva a következők ponthatárok.

elégtelen	0–51
elégséges	52–65
közepes	66–79
jó	80–93
jeles	94–114

Jó munkát!

#### 1. Feladat. (20 pt.)

Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz  $-1$  pont.

igaz hamis

- Tetszőleges  $u, v$  komplex számokra  $|u + v| = |u| + |v|$ .
- $\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ .
- Ha  $\pi$  és  $\sigma$  idegenek, akkor  $\pi\sigma = \sigma\pi$ .
- $(1\ 2)(1\ 3) = (1\ 2\ 3)$ .
- Az  $1, i$  vektorrendszer bázis a  $\mathbb{C}$  test feletti  $\mathbb{C}$  vektortérben.
- Ha  $z$   $n$ -edik egységgyök, akkor  $-z$  is az.
- Ha  $\dim(U) = 2$ ,  $\dim(V) = 1$  és  $\dim(U \cap V) = 1$ , akkor  $\dim(U + V) = 3$ .
- Az  $\mathbb{R}^2$  vektortérben az  $(1, 1), (1, 1)$  vektorrendszer rangja 2.
- A síkon az origóra való tükrözés karakterisztikus polinomja  $x^2 + 2x + 1$ .
- A síkon az  $y$ -tengelyre való vetítés mátrixa a standard bázisban  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- A síkon az  $y$ -tengelyre való vetítés magtere az  $x$ -tengely.
- Az  $l : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $l((a, b), (c, d)) = a^2 - 2ab + b^2$  leképezés bilineáris.
- Tetszőleges  $f, g \in T[x]$  nemzéró polinomokra  $\deg(f+g) \leq \min(\deg f, \deg g)$ .
- Tetszőleges  $f, g \in T[x]$  polinomokra ha  $f \mid g$ , akkor  $f \mid f + g$ .
- Az  $x^2 - x + 2 \in \mathbb{R}[x]$  polinom irreducibilis.
- A  $\mathbb{Z}_3[x]/\langle \bar{2}x^2 + \bar{2} \rangle$  struktúra test.
- A  $C = \{1101, 1011, 1110, 0001\}$  kód minimális távolsága 2.
- Létezik 7-hosszú, 3-dimenziós  $\mathbb{Z}_2$  feletti Hamming-kód.
- Létezik 8 elemű test.
- A  $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 + x + \bar{1} \rangle$  testben az  $\bar{x}$  elem primitív.

**2. Feladat.** (4 pt.)

Az  $S_8$ -beli  $((8\ 2\ 4)(3\ 6)(2\ 6\ 4))^{-42}$  permutációt adja meg páronként idegen ciklusok szorzataként, és állapítsa meg, hogy páros vagy páratlan.

**3. Feladat.** (8 pt.)

Legyen adott a  $\mathbb{Z}_3^3$  vektortérben a következő két altér:

$$U = [(\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{1}, \bar{1})], \quad V = \{ (x_1, x_2, x_3) : x_2 + x_3 = 0 \}.$$

Sorolja fel az  $U$ ,  $V$  és  $U \cap V$  alterek összes elemét, majd mondja meg  $U + V$  dimenzióját.

**4. Feladat.** (8 pt.)

Adjon példát olyan  $f \in \mathbb{R}[x]$  főpolinomra, amely

- (1) másodfokú és nem irreducibilis,
- (2) másodfokú és irreducibilis,
- (3) harmadfokú és irreducibilis,
- (4) másodfokú és  $\text{luko}(f, x^2 - 3x + 2) = x - 2$

**5. Feladat.** (10 pt.)

A  $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x + 1 \rangle$  test  $\alpha = \overline{x + 1}$  eleme segítségével tervezzen 6-hosszú 1-hibajavító BCH-kódot. Adja meg a kód generátormátrixát.