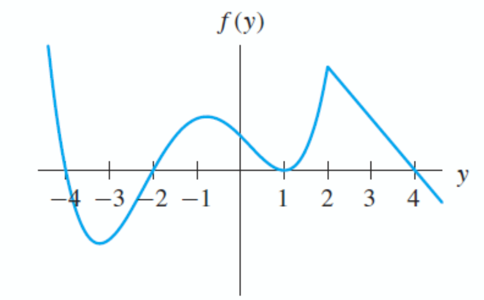
4. Hf MBN521G-1

Beadás: 2016. október 4. 14 óra (gyakorlaton)

1. Tekintsük az $\dot{y} = f(y)$ egyenletet, ahol f az alábbi ábrán adott.



(1) Adjuk meg az iránymezőt (a (t, y) síkon)!

(2) Rajzoljuk a fázisegyenest!

(3) Ábrázoljuk az $y(0) = -3$, $y(0) = 0$, $y(0) = 1$, $y(0) = 2$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldásokat!

(4) Mi a fenti megoldások maximális létezési intervalluma? Miért?

2. Egy m tömegű rakéta mozgását a Föld felszínére merőleges x-irányban az

$$mx''(t) = -K\frac{m}{x^2(t)}$$

egyenlet írja le. Legyen $x(0) = x_0 > 0$, $x'(0) = v_0 > 0$ a kezdeti feltétel.

(1) Mutassuk meg, hogy a kezdetiérték-problémának létezik egyetlen megoldása!

(2) Mutassuk meg, hogy a megoldás maximális létezési intervalluma tartalmazza a $[0, \infty)$ félegyenest!

(3) Igazoljuk, hogy az $E(t) = (m/2)\left[x'^2(t) - \frac{2K}{x(t)}\right]$ energia állandó a mozgás folyamán!

(4) Mekkora legyen a v_0 ahhoz, hogy $x(t) \to \infty$ teljesüljön $t \to \infty$ esetén? [Szökési sebesség]

3. Az $x' = x$, $x(0) = 1$ kezdetiérték-probléma megoldását a Picard-iterációval közelítjük. Adjuk meg az $x_k(t)$ függvénysorozatot!

4. Az $x' = x$, $x(0) = 1$ kezdetiérték-probléma megoldását az Euler-módszerrel közelítjük a $[0, 1]$ intervallumon. Adjuk meg az $x_k(t)$ függvénysorozatot!