

1. feladatsor  
Ismétlő feladatok

**1. Feladat.** Lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorok a  $\mathbf{Z}_3^3$  vektortérben?

- a)  $(\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}), (\bar{2}, \bar{1}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}),$
- b)  $(\bar{2}, \bar{0}, \bar{1}), (\bar{2}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}),$
- c)  $(\bar{2}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{2}, \bar{2}).$

**2. Feladat.** Adjuk meg az alábbi vektorok koordinátasorát a  $\mathbf{Z}_2^3$  vektortér

$$(\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{0})$$

bázisában.

- a)  $(\bar{1}, \bar{0}, \bar{0}),$
- b)  $(\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}).$

**3. Feladat.** Számítsuk ki az alábbi,  $\mathbf{Z}_5$  feletti mátrix rangját:

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{2} & \bar{3} & \bar{4} & \bar{0} \\ \bar{2} & \bar{2} & \bar{4} & \bar{0} & \bar{3} \\ \bar{3} & \bar{4} & \bar{2} & \bar{4} & \bar{3} \\ \bar{4} & \bar{0} & \bar{2} & \bar{1} & \bar{3} \end{pmatrix}$$

**4. Feladat.** Legyen a  $\varphi: \mathbf{Z}_3^3 \rightarrow \mathbf{Z}_3^3$  lineáris transzformáció mátrixa az

$$(\bar{1}, \bar{1}, \bar{2}), (\bar{0}, \bar{2}, \bar{1}), (\bar{2}, \bar{1}, \bar{1})$$

bázisban

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{0} & \bar{2} \\ \bar{2} & \bar{1} & \bar{0} \end{pmatrix}.$$

Határozzuk meg  $(\bar{2}, \bar{1}, \bar{2})\varphi$ -t.

**5. Feladat.** Adjuk meg a

$$\varphi: \mathbf{Z}_5^3 \rightarrow \mathbf{Z}_5^2, (x \ y \ z) \mapsto (\bar{2}x + \bar{3}y + z \ \bar{3}x + y + \bar{2}z$$

lineáris leképezés mátrixát a

$$(\bar{2}, \bar{2}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}), (\bar{0}, \bar{2}, \bar{1}) \\ (\bar{1}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{1})$$

bázispárban, majd adjuk meg a bázisáttérés mátrixát az első bázisról a

$$(\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{0}, \bar{0})$$

bázisra.

**6. Feladat.** Határozzuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit a  $\mathbf{Q}$ , illetve  $\mathbf{R}$  testek fölött. Tegyük fel, hogy a megadott mátrix a  $\varphi$  lineáris transzformáció mátrixa a kanonikus bázisban. Adjunk meg bázist  $\varphi$  sajátaltéréiben, valamint döntsük el, hogy  $\varphi$  mátrixa diagonalizálható-e  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ , illetve  $\mathbf{C}$  fölött.

- a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$
- b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix},$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},$

d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix},$

e)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & 3 \\ -4 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$

**7. Feladat.** Hozzuk kanonikus alakra a következő kvadratikus alakokat, és határozzuk meg az osztályukat (pozitív/negatív (szemi)definit, stb.)

- $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2,$
- $x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2,$
- $2x_1x_3 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3.$