

## MATEMATIKUS KIRÁNDULÁS 2010. SZ

Pozitív egész számok egy véges sorozatát szeretnénk elküldeni egy üzenetben egy telexgép segítségével, mely tetsz leges számú egymást követő pont elküldésére képes (szóközt sem tud). Lehetséges ez?

Tartaglia és Hermite barkochbáznak a túlvilágon. A szabályok a következők: Tartaglia gondol egy egész együtthatós polinomra, Hermite pedig rákérdezhet tetsz leges helyen a polinom által felvett értékre. Hermite utolsó kérdésére Tartaglia csak ennyit mondott:  $M$ - $m$ -inden  $e$ - $e$ -elismerésem, gy-gy ztél. Vajon mi volt Hermite stratégiája?

Gondoltam az 1, 2, 3 számok valamelyikére. Találd ki a számot úgy, hogy egyetlen eldöntendő kérdést tehetsz fel, melyre szintén válaszolok!

Három rab mindegyikére 50–50% valószínűséggel piros illetve kék sapkát tesznek (egymástól függetlenül). A legaljasabb smasszer ezután odamegy mindhárom rabhoz, akik a fülébe súgnak egy-egy szót, mely lehet „piros”, „kék” vagy „passz”. Ha valamelyikük is rosszul tippeli meg saját sapkája színét vagy ha mindenki passzol, akkor kivégzik ket. Milyen stratégiát beszéljenek meg, hogy a lehető legnagyobb esélyük legyen a nyeresésre?

- Mit tegyenek, ha nem lehet passzolni? Milyen valószínűséggel tudnak nyerni megfelelő stratégiával?
- Mi a helyzet, ha több rabbal játszik ezt a játékot ugyanezen szabályok mellett? Kinek kedvez a rabok számának növelése az első illetve a második esetben?

Van egy agyaggalamb-lövészetre használatos puskám, 1,7 m hosszú. Vonaton akartam vele utazni. Az utasok közé viszont nem lehet l fegyvert vinni. A csomagterbe sem tehetem, mert ott nem vehetnek át olyan csomagot, aminek valamelyik kiterjedése meghaladja az egy métert. Én azonban makacs vagyok: azért is elvittem magammal a puskát (ezen a vonaton, és a puskát nem lehet szétszedni). Mit csináltam?

100 utas várakozik a reptéren, hogy végre beszállhassanak. A gépen 100 ül hely van, mindenkinek máshová szól a jegye. Az első utas "rükt" nem törődik a jegyével, s beszálláskor véletlenszerűen elfoglal egy széket. Az összes többi utas "normális" és a helyére fog ülni, feltéve, ha ott még nem ül senki. Ha a helyük foglalt, akkor ket is véletlenszerűen választanak egy széket. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 100. utas a helyére tud ülni? Mi a helyzet n utas és abból ket rükt esetén?

Száz matematikus egy híres francia tudóstól származó kéziratra lelt, melyet azonnal páncélszekrénybe akartak zárni, úgy hogy, legalább hetvenötükre szükség legyen a szekrényt nyitó valószínű szám megfejtéséhez (de közülük bármely 75 legyen elegendő). Sokáig tanakodtak, ám végül úgy döntöttek, elmennek Waldhauser Tamáshoz és a segítségét kérik. Mire Tamás azt mondta: „De hisz ez pofon egyszerű!”. Mire gondolhatott?

Gondoltam egy  $p(x)$  polinomra. Az együtthatói pozitív egész számok. Legkevesebb hány kérdésből tudod biztosan kitalálni, hogy mire gondoltam, ha ezúttal csak egész helyeken kérdezhetsz rá a felvett értékre?

Egy kétkarú mérleg segítségével olyan tárgyak tömegét kell megmérned, melyekről azt lehet tudni, hogy tömegük egy és negyven közötti egész szám (kilogrammban). Négy darab súlyt csináltathatsz. Milyen tömegűek legyenek?

Egy  $b$  vész a következő mutatóval áll elő. Ha a kezébe nyomsz egy adag kártyát és megmondod neki, hogy hány lap van benne felfordítva, akkor csukott szemmel kettéosztja a lapokat, úgy, hogy mindkét részben ugyanannyi legyen a felfordított lapok száma. Hogyan csinálja?

Egy kör alakú városfalon  $12r$  teljesít szolgálatot. Délben mindegyik elindul az  $r$  helyéről a falon valamelyik irányba olyan sebességgel, amellyel egy óra alatt kerülné meg a várost. Ha két  $r$  szembetalálkozik, akkor sarkon fordulnak és változatlan sebességgel haladnak tovább az ellenkező irányban. Bizonyítsuk be, hogy pontban éjfélkor minden egyes  $r$  a saját helyén lesz.