2019.01.08. Kalkulus I. NÉV:....................................

A csoport KÓD:....................................

1. Definíció alapján és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+2n}{5n^2-10} = \dfrac{3}{5}$. *8pt*
2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$(a)\quad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^{3n+1}-n^5+2}\ , \qquad (b)\quad \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2n-n^3}{5-3n-2n^2}\ .$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x}$ függvényt. *15pt*

   (i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexiós pont. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *34pt*

$$(a)\quad \int_{-\pi}^{\pi/2} z\cos(1-2z)\ dz\ , \qquad (b)\quad \int_{3}^{4} \frac{5}{\sqrt[3]{2-x}}\ dx\ , \qquad (c)\quad \int_{-1}^{2} \frac{3t+1}{t^2-3t-4}\ dt\ .$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke végtelen. *5pt*

(ii) A $\{b_n\}$ sorozat részsorozata. *5pt*

(iii) Az f függvény szigorúan monoton növő $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to -3} g(x) = 4$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni.

Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!