2018.12.18. Kalkulus I. NÉV:......................................

A csoport KÓD:......................................

1. Határozzuk meg az $f(x) = \left(x^2 + 2x + 6\right)^2$ függvény $x_0 = 1$ koordinátájú pontjához húzott érintő egyenletét. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{27} - \sqrt[n]{9}}{1 - \sqrt[n]{9}}, \qquad (b) \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n-5}{2n+1}\right)^{3-2n} .$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{(x-1)^2}$ függvényt. *15pt*

   (i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexiós pont. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *34pt*

$$(a) \quad \int_{-1}^{1} \frac{z^2}{\sqrt[4]{z^3 + 9}}\, dz , \qquad (b) \quad \int_{-\infty}^{0} \frac{3}{2v^2 + 1}\, dv , \qquad (c) \quad \int_{0}^{2} \frac{t-1}{t^2 - 4}\, dt .$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat korlátos. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény folytonos az $x = 6$ pontban. *5pt*

(iii) g–nek helyi minimuma van x_0–ban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x \to -3^+} h(x) = -1$. *5pt*

(v) A korlátos D számhalmaz szuprémuma. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni.

Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!