Paradoxonok

Kunos Ádám

SZTE Bolyai Intézet

Szeged, 2022. október 24.

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

– Huhn András díj 2006 (első matematika előadásom) és 2007

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

– Huhn András díj 2006 (első matematika előadásom) és 2007

– Univerzális algebra kutatás $\rightarrow$ Huhn András neve fel-fel bukkan a legnagyobb hatású dolgozatokban is

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

– Huhn András díj 2006 (első matematika előadásom) és 2007

– Univerzális algebra kutatás → Huhn András neve fel-fel bukkan a legnagyobb hatású dolgozatokban is

– Majdnem a „matematikai nagypapám”,

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

– Huhn András díj 2006 (első matematika előadásom) és 2007

– Univerzális algebra kutatás $\rightarrow$ Huhn András neve fel-fel bukkan a legnagyobb hatású dolgozatokban is

– Majdnem a „matematikai nagypapám”, de legalábbis a „matematikai fia” székében ülök,

Előszó

A Ságvári és én:

– 2004-09-A

Huhn András és én:

– Huhn András díj 2006 (első matematika előadásom) és 2007

– Univerzális algebra kutatás $\rightarrow$ Huhn András neve fel-fel bukkan a legnagyobb hatású dolgozatokban is

– Majdnem a „matematikai nagypapám”, de legalábbis a „matematikai fia” székében ülök, ha felnézek az irodámban az ő képe lóg a falon

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok?

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok? $\rightarrow$ ellentmondást tartalmazó állítás/elmélet

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok? $\rightarrow$ ellentmondást tartalmazó állítás/elmélet

Van-e baj a paradoxonokkal?

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok? $\rightarrow$ ellentmondást tartalmazó állítás/elmélet

Van-e baj a paradoxonokkal?

A matematikán túl nincsen:

Irodalom:
A kísértéstől való megszabadulás legjobb módja, ha beleesel.
Oscar Wilde

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok? $\rightarrow$ ellentmondást tartalmazó állítás/elmélet

Van-e baj a paradoxonokkal?

A matematikán túl nincsen:

Irodalom:
A kísértéstől való megszabadulás legjobb módja, ha beleesel.
Oscar Wilde
(egyáltalán nem butaság...)

Paradoxonok a matematikán túl

Mik a paradoxonok? $\rightarrow$ ellentmondást tartalmazó állítás/elmélet

Van-e baj a paradoxonokkal?

A matematikán túl nincsen:

Irodalom:
A kísértéstől való megszabadulás legjobb módja, ha beleesel.
Oscar Wilde
(egyáltalán nem butaság...)

Fizika:
2020.11.21. – Rockenbauer Antal:
KÖZEL A FIZIKA LEGHÍRESEBB PARADOXONJÁNAK MEGOLDÁSA – VAGY MÉGSEM?
`https://qubit.hu/2020/11/21/kozel-a-fizika-leghiresebb-paradoxonjanak-megoldasa-vagy-megsem`

Paradoxonok a matematikában

Paradoxonok a matematikában

Nincsenek.

Köszönöm a figyelmet!

Paradoxonok a matematikában

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt.

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.
Tekintsük az xy-paradoxont,

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.
Tekintsük az xy-paradoxont, ellentmondás,

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.
Tekintsük az xy-paradoxont, ellentmondás, tehát a tétel igaz. $\square$

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.
Tekintsük az xy-paradoxont, ellentmondás, tehát a tétel igaz. $\square$

NEM LEHETNEK!

Paradoxonok a matematikában

NEM LEHETNEK!

Összedőlne a matematika, ha lennének.

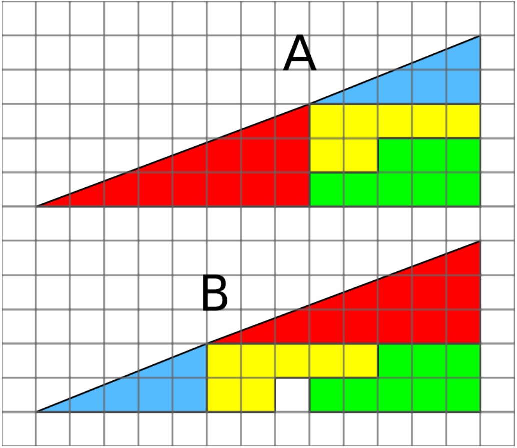
BÁRMI (és annak az ellenkezője is) bizonyítható lenne.

Tétel. $3 + 3 = 1$.
Bizonyítás. Indirekt. Tegyük fel, hogy $3 + 3 = 1$ nem igaz.
Tekintsük az xy-paradoxont, ellentmondás, tehát a tétel igaz. $\square$

NEM LEHETNEK!

(Gyertek a Bolyai Intézetbe matematikát tanulni, hogy megtaníthassuk nektek, hogy a fenti tétel a $\mathbb{Z}_5$ testben igaz!)

Egy matematikai „paradoxon”



Egy matematikai „paradoxon”

Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Egy matematikai „paradoxon”

Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Egy matematikai „paradoxon”

Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Ez egy BAROMSÁG!

Egy matematikai „paradoxon”

Tétel. (Banach-Tarski)
Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Ez egy ~~BAROMSÁG!~~ híres tétel.

Egy matematikai „paradoxon”

Tétel. (Banach-Tarski)
Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Ez egy ~~BAROMSÁG!~~ híres tétel.

A véges sok a tételben pedig lehet konkrétan például 5.

Egy matematikai „paradoxon”

Tétel. (Banach-Tarski)
Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömbbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Ez egy ~~BAROMSÁG!~~ híres tétel.

A véges sok a tételben pedig lehet konkrétan például 5.

2016-ban egy Ságváris matektáborban elmondtam a bizonyítást.

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- $t(\emptyset) = 0$,

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- $t(\emptyset) = 0$,
- $t(\text{egységnégyzet}) = 1$,

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- $t(\emptyset) = 0$,
- $t(\text{egységnégyzet}) = 1$,
- ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- $t(\emptyset) = 0$,
- $t(\text{egységnégyzet}) = 1$,
- ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Mértékek

Mérték: a matematikusok terület, térfogat, stb. mérésére használt eszköze.

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.
Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- $t(\emptyset) = 0$,
- $t(\text{egységnégyzet}) = 1$,
- ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Milyen alakzatoknak lehet mértéke? (Mi lehet a mérték értelmezési tartománya?) $\rightarrow$ Indulhat a verseny!

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Meg lehet-e ezt csinálni 3-dimenzióban?

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Meg lehet-e ezt csinálni 3-dimenzióban?

NEM.

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Meg lehet-e ezt csinálni 3-dimenzióban?

NEM. Hogyan lehet egy ilyet bizonyítani?

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Meg lehet-e ezt csinálni 3-dimenzióban?

NEM. Hogyan lehet egy ilyet bizonyítani?

Általában, ez a szituáció zavarbaejtő a matematikában. Attól, hogy mi nem tudunk valamit megcsinálni, még születhet egy zseni, aki majd megcsinálja...

Mérhetetlen

Banach, 1923 $\rightarrow$ A kétdimenziós síkon minden korlátos (téglalapba foglalható) halmazhoz mértéket rendel. (Banach-mérték)

Meg lehet-e ezt csinálni 3-dimenzióban?

NEM. Hogyan lehet egy ilyet bizonyítani?

Általában, ez a szituáció zavarbaejtő a matematikában. Attól, hogy mi nem tudunk valamit megcsinálni, még születhet egy zseni, aki majd megcsinálja...

Banach-Tarski tétel

Köszönöm a figyelmet!