

Mérhetetlen

Kunos Ádám

SZTE Bolyai Intézet

Szeged, 2018. április 6.

Mérés



Terület

Egy egységnyi területű háromszög

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe?

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe?

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyjuk a racionális koordinátájú pontjait, mennyi a területe?

Terület

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe?
- ▶ Ha kihagyjuk a racionális koordinátájú pontjait, mennyi a területe?

Mérni kéne...

A legtermészetesebb területmérés

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe?



A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

▶ Mennyi a területe? ✓



A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe?
- ▶
- ▶
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶
- ▶
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe?
- ▶
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe?
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe? ✓
- ▶

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a racionális koordinátájú pontjait, mennyi a területe?

A legtermészetesebb területmérés

Egy egységnyi területű háromszög

- ▶ Mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle egy pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyunk belőle 16785129 pontot, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a szimmetriatengelyét, mennyi a területe? ✓
- ▶ Ha kihagyjuk a racionális koordinátájú pontjait, mennyi a területe?

Ügyesebben kellene mérni...

Mérés

Mi egy mérés?

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egységnégyzet}) = 1$,

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egységnyezet}) = 1$,
- ▶ ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egységnyezet}) = 1$,
- ▶ ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- ▶ szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egység négyzet}) = 1$,
- ▶ ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- ▶ szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Indulhat a verseny!

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egységnyégzet}) = 1$,
- ▶ ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- ▶ szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Indulhat a verseny! Mi a cél?

Mérés

Mi egy mérés?

Egy függvény, ami alakzatokhoz egy valós számot rendel.

Pl.: $t(\triangle) = 1$

Nem akármilyen függvény... Bizonyos alaptulajdonságokat elvárunk.

- ▶ $t(\emptyset) = 0$,
- ▶ $t(\text{egységnyégzet}) = 1$,
- ▶ ha A és B alakzatok diszjunktak és mérhetőek, akkor $t(A) + t(B) = t(A \cup B)$,
- ▶ szokásos szimmetriáink ne változtassák meg a területet.

Indulhat a verseny! Mi a cél? Holt tart most a verseny?

Elérhető-e a cél három dimenzióban?

Elérhető-e a cél három dimenzióban?

Nem.

Elérhető-e a cél három dimenzióban?

Nem.

Majd jön egy zseni, aki megcsinálja...

Elérhető-e a cél három dimenzióban?

Nem.

Majd jön egy zseni, aki megcsinálja...

Nem jön.

Elérhető-e a cél három dimenzióban?

Nem.

Majd jön egy zseni, aki megcsinálja...

Nem jön.

Tétel. (Banach-Tarski)

Egy tömör gömböt fel lehet vágni véges sok olyan darabra, amelyekből két, az eredeti gömmbel megegyező méretű tömör gömböt lehet összeállítani.

Köszönöm a figyelmet!